

УДАРОЗАЩИТНАЯ СИСТЕМА С КВАЗИНУЛЕВОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ

Зотов А.Н., Ахияров Д.Т. Надыршин Р.Ф.

Уфимский государственный нефтяной технический университет

Ударные воздействия и интенсивные низкочастотные колебания, возникающие в различных машинах и механизмах, носят случайный характер и представляют опасность для обслуживающего персонала, а также являются причиной нарушения работы самих механизмов. Как правило, такие удары носят случайный характер и эффективная защита от них является весьма актуальной и еще до конца не решенной задачей.

Система защиты от ударов должна снижать ускорение тела после удара до безопасных пределов, гарантирующих нормальную работу промышленных объектов как во время динамического воздействия, так и после него. Удародемпфирующие элементы, входящие в состав таких средств защиты, должны обеспечить плавное гашение энергии ударного импульса во время перемещения, а также обеспечить возврат системы в исходное положение после окончания действия ударного импульса [1].

Практика показывает, что традиционные средства виброзащиты - резиновые или резинометаллические амортизаторы - часто не обеспечивают требуемых параметров снижения вибраций и ударов. Резина заметно изменяет свои упругодемпфирующие характеристики при изменении температуры, подвержена быстрому старению под влиянием радиации, растворяется в химически агрессивных средах [2, 3].

До настоящего времени не созданы амортизаторы, которые одновременно эффективно защищают от воздействия и ударов и вибраций, хотя эта задача поставлено уже давно [4]. При этом известно, что амортизаторы, предназначенные для защиты от вибраций, не обеспечивают защиты от ударов большой амплитуды и длительности, так как при ударе необходим значительный «ход» системы защиты.

Возможность использования упругих систем с квазиулевым жесткостью на основе «фермы Мезиса» («с перескоком») для виброзащиты динамических объектов впервые была высказана профессором Алабужевым П.М. в 1967 г. [5].

Зависимость восстанавливающей силы от перемещения для «фермы Мезиса» напоминает синусоиду. Идея заключается в том, чтобы подобрать такую третью вертикальную пружину жесткостью c , чтобы угол наклона прямой $c \cdot x$ совпадал с углом наклона линейной части синусоиды. Тогда, при сложении усилий появится участок с квазиулевым жесткостью (рисунок 1). Если подобрать соответствующую массу, то в статическом положении эта защищаемая от вибрации масса будет удерживаться пружиной с квазиулевым жесткостью.

Системы с квазиулевым жесткостью находят применение в виброзащитных креслах, защите подвижных составов от вибрации на железной дороге и в некоторых других областях техники [5,6].

Несмотря на очевидные достоинства, на сегодняшний день использование подобных систем не получило широкого распространения.

Одной из особенностей виброзащитных систем Алабужева является малый диапазон перемещений с квазиулевым жесткостью (несколько сантиметров), (рисунок 1).

Украинским институтом технической механики НАНУ и НКАУ [6] на основании теоретических и экспериментальных исследований пневматических виброзащитных систем с квазиулевым жесткостью на рабочем участке статической характеристики разработаны технологии проектирования и изготовления принципиально новых подвесок легковых автомобилей различных классов. Указанные подвески имеют квазиулевым жесткость на рабочем участке статической характеристики (рисунок 1), не требуют установки гидравлического демпфера и удовлетворяют требованиям плавности хода и устойчивости движения автомобиля высокого класса.

К недостаткам данной виброзащитной системы, кроме небольшого диапазона перемещений с квазиулевым жесткостью, следует отнести отсутствие демпфирования. Защита от ударных воздействий здесь не может быть достаточно эффективной в принципе.

Автором доказана возможность виброзащитных систем с квазинулевой жесткостью с рабочими диапазонами в несколько раз (до десяти раз при сопоставимых условиях) превышающими рабочие диапазоны существующих систем с квазинулевой жесткостью [7,8]. Упругие элементы предложенных упругих систем расположены под определенными, расчетными углами и имеют соответствующие длины (рисунок 2).

Восстанавливающая сила $F_{\Sigma}(x)$ системы, состоящей из линейных пружин (рисунок 2) без учета трения определяется следующими уравнениями [7].

$$F_{\Sigma}(x) = F1(x) + F2(x), \quad (1)$$

где

$$F1(x) = 2 \cdot l_1 \cdot c_1 \cdot x / \sqrt{l_1^2 + x^2} - 2 \cdot l_1 \cdot x \cdot \cos \alpha_1 -$$

$$2 \cdot l_1^2 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 / \sqrt{l_1^2 + x^2} - 2 \cdot l_1 \cdot x \cdot \cos \alpha_1 + 2 \cdot c_1 \cdot l_1 \cdot \cos \alpha_1 - 2 \cdot c_1 \cdot x;$$

$$F2(x) = 2 \cdot l_2 \cdot c_2 \cdot x / \sqrt{l_2^2 + x^2} - 2 \cdot l_2 \cdot x \cdot \cos \alpha_2 -$$

$$2 \cdot l_2^2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 / \sqrt{l_2^2 + x^2} + 2 \cdot c_2 \cdot l_2 \cdot \cos \alpha_2 - 2 \cdot c_2 \cdot x;$$

$l_{1,2}$ – соответствующие длины ненапряженных пружин (рисунок 2);

$c_{1,2}$ – соответствующие жесткости пружин (рисунок 2);

$\alpha_{1,2}$ – соответствующие углы наклона ненапряженных пружин (рисунок 2);

x – смещение защищаемого от удара тела из нулевого положения.

Вообще, характеристики с квазинулевыми участками возможны для упругих систем, состоящих не только из линейных пружин, но и из других упругих элементов: пневматических пружин, резиновых элементов круглого сечения и т. д. [8].

На рисунке 2 предлагается ударозащитная упругая система с участками квазинулевой жесткости (рисунок 3), позволяющая передавать на основание силу удара (направлен вниз), не больше заданной (удовлетворяющей условиям производства) при ходе вниз. На схеме снизу изображен поглотитель энергии удара за счет кулонова трения.

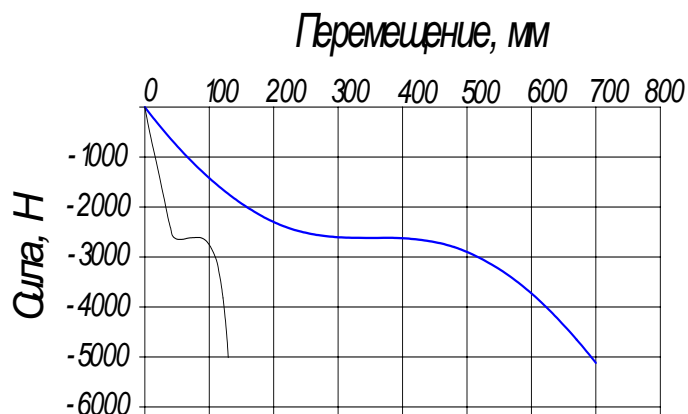


Рисунок 1. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения для системы Алабужева (справа) и системы НАНУ и НКАУ (слева)

При ходе вниз постоянная сила трения ($b0/2$ - рисунок 3) прибавляется к $F_{\Sigma}(x)$, а при ходе вверх та же величина силы трения вычитается. Постоянная $b0$ определяется по формуле: $b0/2 = 2 \cdot f \cdot N$ (рисунок 2). При определенной массе тела m (рисунок 3) зависимость восстанавливающей силы от перемещения изображена на рисунке 4. Масса защищаемого от удара тела в этом случае связана с величиной $b0$ следующей формулой (рисунок 3):

$$m \cdot g = b0/2 \quad (2)$$

Зависимость $F_{\Sigma}(x)$ получена при следующих параметрах системы: $l1 = 0,60$ м; $l2 = 0,59$ м; $c1 = 57900$ Н/м; $c2 = 6960$ Н/м; $a1 = 65^0$; $a2 = 12^0$ [7].

Зависимость $F(x) = F_{\Sigma}(x) + b/2 - m \cdot g = F_{\Sigma}(x)$ (рисунок 3) можно аппроксимировать функцией: $F_1(x) = h \cdot th(k \cdot x + d) - a$. На рисунке 4 показаны результаты такой аппроксимации. Здесь: $h = 53500$; $k = 6,50$; $d = 1,74$; $a = 50302,12$. Величины в работе представлены в системе СИ.

Окончательно имеем: при ходе вниз зависимость восстанавливающей силы от перемещения будет описываться функцией $F_1(x)$, а при ходе вверх функцией $F_*(x) = F_1(x) - b0$ (рисунок 4).

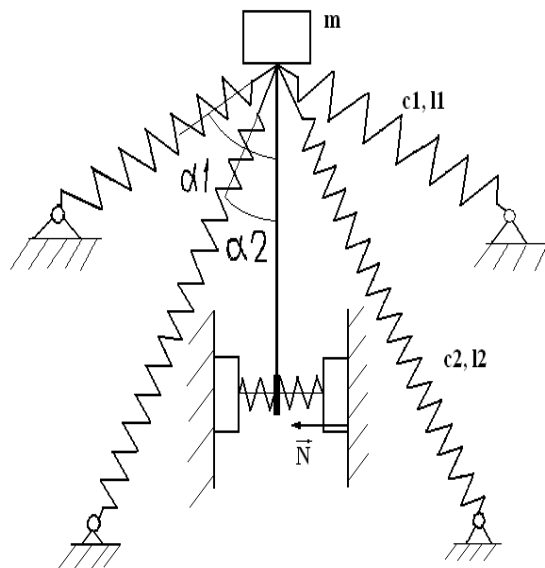


Рисунок 2. Принципиальная схема виброзащитной системы с квазинулевой жесткостью при наличии кулонова трения

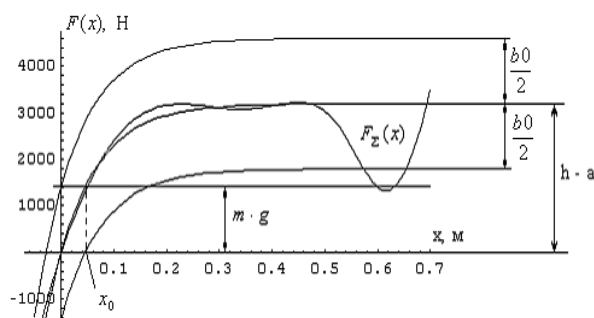


Рисунок 3. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения для системы, состоящей из линейных пружин при наличие кулонова трения

После удара масса m (рисунок 2) обладает какой то скоростью V_0 . При переходе кинетической энергии $\frac{m \cdot V_0^2}{2}$ тела в потенциальную оно перейдет в крайнее нижнее положение с координатой x_1 (рисунок 4). Тогда, должно выполняться следующее условие.

$$\frac{m \cdot V_0^2}{2} = \int_0^{x_1} F(x) dx \quad (3)$$

После интегрирования, учитывая что $F_1(x) = h \cdot th(k \cdot x + d) - a$, получим:

$$\frac{m \cdot V_0^2}{2} = \frac{h}{k} \cdot \ln\left(\frac{ch(k \cdot x_1 + d)}{ch(d)}\right) - a \cdot x_1 \quad (3')$$

Из этой зависимости численно (методом дихотомии) определяем x_1 . При вышеприведенных данных и $\frac{m \cdot V_0^2}{2} = 2000$ Дж: $x_1 = 0,70$ м.

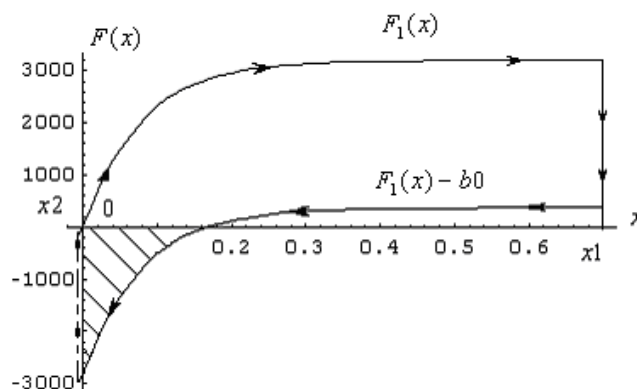


Рисунок 4. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения в виде двух функций: $F(x) = h \cdot th(k \cdot x + d) - a$ (верхняя кривая) и $F_*(x) = F(x) - b_0$ (нижняя кривая)

Определим величину b_0 (соответственно и массу m) из условия поглощения энергии удара за одно колебание. Очевидно, что $(h - a) > b_0/2$. Для рассматриваемого в работе случая: $b_0 < 6395,76$. Кроме того, должно выполняться условие:

$$x_2 < 0; F_*(x_2) \approx F_1(x_1), \quad (4)$$

где x_2 - координата тела при его остановке (рисунок 4).

С точки зрения защиты основания, величина силы $F_*(x_2)$ не должна сильно отличаться от $F_1(x_1)$.

Если координата x_2 при ходе вверх останется больше нуля (попадет в заштрихованную область - рисунок 4), то тело массой m не вернется в нулевое положение.

Движение тела массой m под действием сил $F_1(x)$ и $F_*(x)$ (рисунок 4) описывается следующими дифференциальными уравнениями.

$$m \cdot x_1'' = -F_1(x) \quad (5)$$

$$m \cdot x_2'' = -F_*(x) \quad (6)$$

Граничные условия для этих уравнений следующие.

$$\begin{aligned} 1) t = 0: \quad x_1 &= 0; \quad x_1' = V_0; \\ 2) t = \tau: \quad x_2(\tau) &= x_1(\tau); \quad x_2'(\tau) = x_1'(\tau) = 0; \\ 3) t = T: \quad x_2'(T) &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где τ - время движения до остановки вниз;

T – время одного колебания.

При $x_2'(T) = 0$ площадь петли гистерезиса соответствует энергии, полученной после удара:

$$(x_1 - x_2) \cdot b_0 = \frac{m \cdot V_0^2}{2} \quad (8)$$

Это условие эквивалентно поглощению энергии удара за одно колебание.

Решение дифференциальных уравнений (5) и (6) проводилось численным методом в пакете «Математика 5». Задавалась масса тела m , соответственно, и величина b_0 ($b_0 = 2 \cdot g \cdot m$). При этом, должны выполняться условия (4), т. е. координата $x_2(T)$ должна быть меньше нуля (рисунок 4).

На рисунке 5 изображена зависимость координаты тела в зависимости от времени (численное решение формулы (4)). После удара тело будет двигаться из нейтрального положения в крайнее нижнее ($x_1 = 0,70$ м – точка касания с прямой (рисунок 6) – численное решение подтвердило аналитическое решение уравнения (3')). Скорость тела в этот момент равна нулю.

Движение тела вверх описывается уравнением (6). С учетом условий (7) зависимости координаты и скорости от времени представлены на рисунках 7,8. Как видно из этих рисунков, координата $x_2 \equiv x_2(T)$ ($x_2'(T) = 0$) равна 0,05 м (рисунки 4, 7). Величина b_0 определялась из условия, что координата x_2 ($x_2 < 0$) не должна быть очень маленькой. Оказалось, (при численном решении уравнения (6)) что при $F_*(x_2) = F_1(x_1)$ координата $x_2 = 0,003$ м.

При случайном изменении энергии удара и постоянной величине b_0 тело может не возвратиться в нейтральное положение (попадет в заштрихованную область – рисунок 4). Величину b_0 пришлось уменьшить, чтобы заведомо тело массой m возвратилось в нулевое положение. Зададим большую по модулю координату x_2 : $x_2 = -0,05$ м. При этом $F_*(x_2) = 4300$ Н (рисунок 9), тогда

$$\left| \frac{F_*(x_2)}{h-a} \right| = \frac{4300}{3197,88} = 1,34. \text{ То есть, при максимальном отклонении от}$$

нейтрального положения вверх основание испытает в 1,34 раза большую силу по модулю, чем при максимальном отклонении вниз. Величина b_0 в этом случае равна 2805,57 Н. Соответственно, $m = b_0/(2 \cdot g) = 142,85$ кг.

Если технологический процесс связан с фиксированной энергией удара (например, кузнечно-прессовое оборудование), то полученный результат можно считать весьма удовлетворительным - энергию удара (в нашем случае $\frac{m \cdot V_0^2}{2} = 2000$ Дж) возможно поглотить за одно колебание. У современных амортизаторов при ударах полная рассеянная работа составляет обычно 50 - 60 % от полной поглощенной на прямом ходе энергии.

В технике редка ситуация, когда энергия удара в процессе какого-то технологического процесса не меняется. Поэтому, характеристика восстанавливающей силы, изображенная на рисунке 4 не является наилучшей. Более перспективным будет вид характеристики, изображенной на рисунке 10. Здесь, вообще, нет зоны, когда при смещении тела вниз восстанавливающая сила также направлена вниз (при остановке тела в этой области оно не вернется в нулевое положение). Это достигается тем, что сила трения является переменной и зависит от координаты x . В нулевом положении она равняется нулю. Потом, при ходе вниз, она увеличивается и, начиная с определённого сечения АВ, остается постоянной (c_1 - рисунок 10). При ходе обратно вверх до сечения АВ восстанавливающая сила также постоянна (c_2 - рисунок 10). Начиная с сечения АВ, сила трения будет уменьшаться и в нулевом положении она будет равна нулю.

Вышесказанному удовлетворяет следующая формула:

$$b(x)/2 = b_0 \cdot x / (2 \cdot x_*), \quad (9)$$

где b_0 - величина силы трения, определенная для случая, когда она

постоянна и не зависит от координаты x ($x > x_*$);

x_* - координата сечения АВ (рисунок 10). Принимаем $x_* = 0,35$ м.

Обеспечить переменную силу трения, подчиняющуюся формуле (9) технически несложно. На рисунке. 11 представлен один из вариантов схемы устройства, создающего заданный закон изменения силы трения. На рисунке. 11 представлен один из вариантов схемы устройства, создающего заданный закон изменения силы трения.

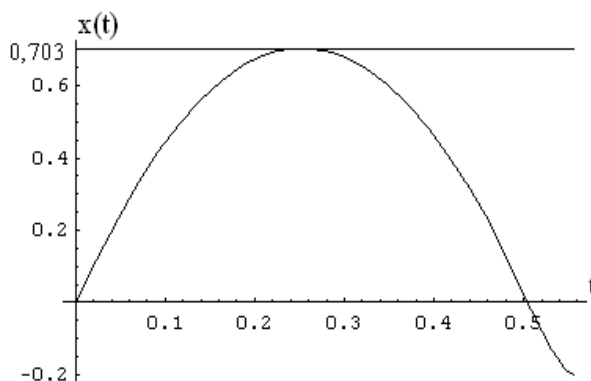


Рисунок 5. Зависимость координаты тела (вычисляемой по формуле (5):

$$m \cdot x_1'' = -F_1(x) \text{ с учетом условий (7)) в зависимости от времени}$$

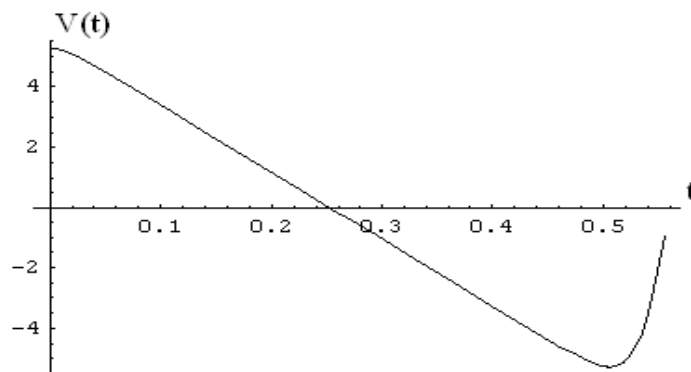


Рисунок 6. Зависимость скорости (вычисляемой по формуле (5):

$$m \cdot x_1'' = -F_1(x) \text{ с учетом условий (7)) в зависимости от времени}$$

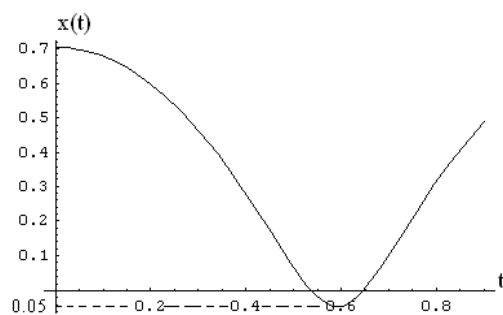


Рисунок 7. Зависимость координаты тела (вычисляемой по формуле (6): $m \cdot x_2'' = -F_*(x)$ с учетом условий (7)) в зависимости от времени

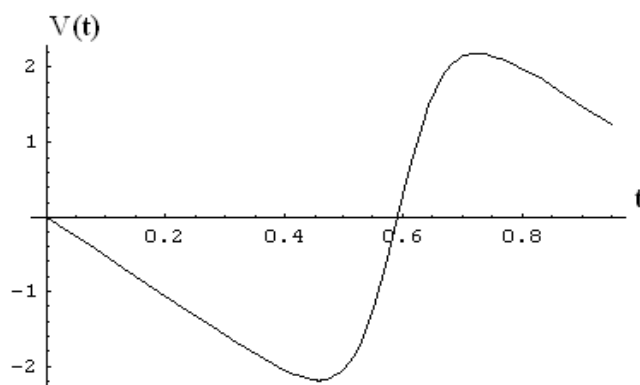


Рисунок 8. Зависимость скорости тела (вычисляемой по формуле (6): $m \cdot x_2'' = -F_*(x)$ с учетом условий (7)) в зависимости от времени

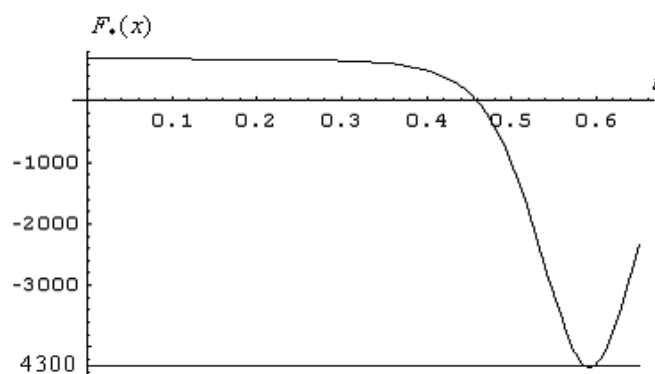


Рисунок 9. Зависимость восстанавливающей силы $F_*(x)$ от времени

В нулевом сечении 0-0 пружины 1 ненапряжены и трение равно нулю. При движении вниз пружины будут сжиматься по закону, определяемому наклоном направляющих 2. Пружины прижимают фрикционные диски 3 к направляющей 4. Фрикционные диски жестко соединены с телом массой m стержнями 5.

При движении тела вниз и достижении им координаты x_* сила трения будет постоянной и равной $b_0 / 2$ (9).

Зависимость восстанавливающей силы от перемещения, изображенная пунктиром на рисунке 10 описывается следующей формулой:

$$F(x) = h \cdot th(k \cdot (x + x_0) + 1.74) - a - m \cdot g, \quad (10)$$

где $x_0 = 0,04$ м (рисунок 3) – координата, которую необходимо ввести, чтобы $F(0) = 0$.

Движение вниз, до сечения АВ (рисунок 10) будет описываться следующим дифференциальным уравнением:

$$m \cdot x_1'' = -h \cdot th(k \cdot (x + x_0) + d) + a - m \cdot g + b_0 \cdot x / (2 \cdot x_*), \quad (11)$$

где $m = 142,85$; $h = 53500$; $k = 6,5$; $d = 1,74$; $a = 50302,12$; $b_0 = 3366,69$; $x_* = 0,35$; $g = 9,82$.

Здесь b_0 - выбирается из условия, что величина c_2 (восстанавливающая сила при движении вверх после сечения АВ - рисунок 10) должна иметь малое значение по модулю ($c_2 = h \cdot a - m \cdot g - b_0 / 2 = 111,744$ Н). Численно решая это уравнение, получаем, что при $x_1 = x_* = 0,35$ м, скорость тела будет: $V_1^{AB} = 4,12$ м/с.

После достижения сечения АВ движение описывается другим дифференциальным уравнением:

$$m \cdot x_1'' = -h \cdot th(k \cdot (x + x_0) + d) + a - m \cdot g + c_1, \quad (12)$$

где c_1 - значение восстанавливающей силы при $x > x_*$ (рисунок 10),

$$c_1 = h \cdot a - m \cdot g + b_0 / 2 = 3478,43 \text{ Н.}$$

Начальными условиями для этого дифференциального уравнения будут данные полученные из решения предыдущего дифференциального уравнения: $x_1 = 0,35$ м, $V_1^{AB} = 4,12$ м/с.

При остановке тела ($x_1' = 0$) координата тела будет: $x_1 = 0,70$ м. Эти данные будут начальными условиями для следующего дифференциального уравнения, которое описывает движение после остановки вверх до сечения АВ:

$$m \cdot x_2'' = -h \cdot th(k \cdot (x + x_0) + d) + a - m \cdot g + c_2 \quad (13)$$

При достижении сечения АВ ($x_2 = 0,35$ м) скорость тела $V_{AB} = -0,74$ м/с. Эти данные будут начальными условиями для следующего дифференциального уравнения, которое описывает движение от сечения АВ до нуля.

$$m \cdot x_2'' = -h \cdot th(k \cdot (x + x_0) + d) + a - m \cdot g - b_0 \cdot x / (2 \cdot x_*) \quad (14)$$

При достижении нулевого положения ($x_2 = 0$) скорость тела равна $V_{AB} = -1,82$ м. Эти данные будут начальными условиями для следующего дифференциального уравнения, которое описывает движение от нуля до остановки (здесь сила трения уже отсутствует):

$$m \cdot x_2'' = -h \cdot th(k \cdot (x + x_0) + d) + a - m \cdot g \quad (15)$$

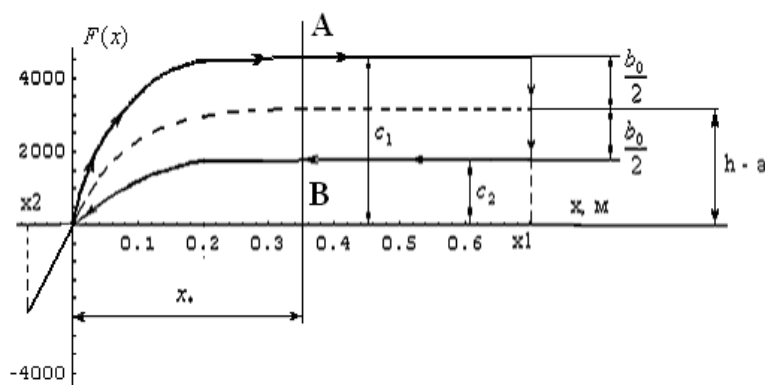


Рисунок 10. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения

в виде двух функций: $F(x) = h \cdot th(k \cdot (x + x_0) + d) - a + \frac{b}{2}$

(верхняя кривая) и $F_*(x) = F(x) - b$, где b – величина переменная (пунктиром изображена восстанавливающая сила без учета трения)

При остановке тела ($x_2' = 0$) координата тела: $x_2 = -0,11$ м. Восстанавливающая сила при этой координате равна: $F(-0,11) = -h \cdot th(k \cdot x + d) + a - m \cdot g = -5450$ Н. Если, по аналогии с предыдущим

случаем, подсчитать отношение модуля этой величины к максимальной восстанавливающей силе при ходе вниз, то получим 1,56, т. е. при максимальном отклонении от нулевого положения вверх основание испытывает в 1,56 раз большую силу по модулю, чем при максимальном отклонении вниз.

Подсчитаем процент потери энергии за одно колебание для данного случая

(коэффициент поглощения энергии K_n):
$$K_n = \frac{\frac{m \cdot V^2}{2} - S}{\frac{m \cdot V^2}{2}}, \text{ где } \frac{m \cdot V^2}{2} = 2000 \text{ Дж};$$

S – площадь петли гистерезиса (рисунок 10).

Для данного случая площадь гистерезиса (подсчитано численным методом) равна: $S = 234,70$ Дж. Отсюда $K_n = 0,88$, что является очень хорошим результатом для пассивной защиты от ударов. Преимуществом последнего случая (рисунок 10) перед предыдущим (рисунок 4) является то, что при изменении энергии удара тело всегда вернётся в нулевое положение.

При увеличении кинетической энергии защищаемого от ударов тела в два раза ($\frac{m \cdot V^2}{2} = 4000$ Дж) и сохранении всех остальных параметров предложенной ударозащитной системы, повторяя всю цепочку вычислений, – решение дифференциальных уравнений (11-15) – получим: $x_2 = -0,12$ м; $F(-0,12) = -6000$ Н.

При уменьшении кинетической энергии защищаемого от ударов тела в два раза ($\frac{m \cdot V^2}{2} = 1000$ Дж), решая дифференциальные уравнения (11-15) получим: $x_2 = -0,10$ м; $F(-0,10) = -4900$ Н. Как видно из этих примеров x_2 при кратном изменении кинетической энергии изменяется слабо, соответственно, слабо меняется и сила $F(x_2)$. Это является очевидным преимуществом второго способа защиты от ударов.

Как видно из рисунка 3 реальная зависимость $F_{\Sigma}(x)$ имеет «впадину». При попадании на левый край впадины может произойти «перескок» на её правый край. Это нежелательно. В связи с этим, были найдены другие параметры системы, изображённой на рисунке 2 (l_1 ; l_2 ; c_1 ; c_2 ; a_1 ; a_2), позволяющие получать характеристику с квазинулевым участком. На рисунке 12 представлена такая

характеристика. Если квазиулевым участок здесь меньше (при сопоставимых условиях) примерно на 15 %, то глубина «впадины», как показывают расчёты, - меньше в несколько раз.

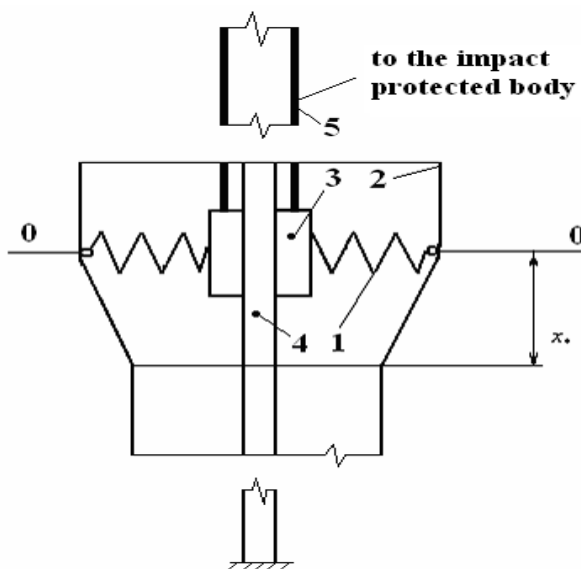


Рисунок 11 – Принципиальная схема устройства для создания переменного кулонова трения

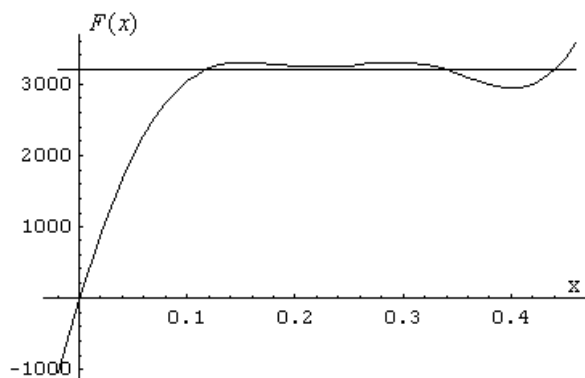


Рисунок 12- Зависимость восстанавливающей силы от перемещения без крутопадающего участка, который изображён на рисунке 3

Сейчас ведутся работы по патентованию и экспериментальной проверке полученных теоретических результатов.

Литература

1. Коловский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем. Москва «Наука» 1966.
2. Любчанская Л.И. и др. Старение резин в напряженном состоянии. - Каучук и резина, 1962, № 1, с. 23-29.
3. Горелик Б.М., Рогова Л.В. Разработка метода ускоренного определения работоспособности резинометаллических пластинчатых виброизоляторов в процессе их старения. - Каучук и резина, 1961, № 5, с. 18-5.
4. В.С. Ильинский Защита РЭА и прецизионного оборудования от динамических воздействий. Москва «Радио и связь» 1982г.
5. Савельев Ю. Ф. Метод эффективной виброзащиты подвижного состава и экипажа на основе дополнительных механических устройств со знакопеременной упругостью: Монография. – Омск.: Омский гос. ун-т путей сообщения, 2003. - 107 с.
6. Технологии защиты от вибрационного воздействия различных объектов и систем, 2001 Институт технической механики НАНУ и НКАУ (<http://itm.dp.ua/RUS/Technol/Tech1701.html>).
7. Зотов А. Н. «Виброизолятор нелинейного принципа действия». Механика и процессы управления, т. 2, труды XXXIV Уральского семинара по механике и процессам управления, Екатеринбург, 2004 г., 435 с.
8. Зотов А. Н. «Виброизоляторы с квазиулевым жёсткостью». Научно-технический и производственный сборник статей III международной научно-технической конференции «Вибрация машин, снижение, защита», Донецк, 23-25 мая 2005 г. 80с.