

ПРИТОК ЖИДКОСТИ К ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ СКВАЖИНАМ В ТРЕХМЕРНОЙ ОБЛАСТИ

Велиев Магомед Нурмагомед оглы

Институт научных исследований ГНКАР

Данная статья посвящена решению гидродинамической задачи притока жидкости к горизонтальным (ГС) и разветвленно-горизонтальным скважинам (РГС). Поставленная задача решается методом, разработанным автором с учетом анизотропности пласта.

Рассмотренная гидродинамическая задача притока жидкости к одной (ГС), обобщена на случай РГС с произвольным числом горизонтальных стволов. Рассмотрены частные случаи, когда в пласте эксплуатируются РГС с двумя и тремя горизонтальными стволами. Для случая РГС с тремя горизонтальными стволами при различных значениях их длин, с учетом анизотропности пласта произведены вычисления и изучены влияние местоположения стволов по отношению к кровле или подошве, а также анизотропности пласта на производительность скважины.

Сделан вывод о том, что влияние анизотропии пласта на производительность скважины является более существенным, чем расположение стволов горизонтальных скважин по отношению к кровле или подошве пласта.

Ключевые слова: скважина, горизонтальная, разветвленная, пласт, жидкость, нефть, разработка, формула, давление, дебит, расход, проницаемость, функция, приток, фильтрация

В случаях, когда широко распространенные способы разработки нефтяных месторождений не позволяют достичь нужного уровня добычи нефти, что является следствием необходимости разработки истощенных продуктивных пластов, находящихся на поздней стадии эксплуатации, а также необходимостью освоения месторождений с трудноизвлекаемыми запасами нефти, особенно актуальны новые способы разработки нефтеносных площадей и нестандартные подходы к их применению. В настоящее время к новым способам относится разработка нефтегазовых месторождений горизонтальными (ГС) и разветвленно-горизонтальными скважинами (РГС).

Такая система разработки способствует расширению дренажных областей скважин, увеличению их продуктивности и текущей нефтеотдачи пластов и во многих случаях, в зависимости от конкретных геолого-физических и гидродинамических условий залежей, извлекаемых запасов углеводородов.

В связи с вышеизложенным возникает необходимость создания гидродинамических моделей трехмерной фильтрации пластовых флюидов, составления алгоритмов и машинных программ расчета технологических показателей разработки в условиях применения ГС и РГС.

Такие модели позволяют, помимо вышеуказанного, определить фильтрационные характеристики пласта, создать способы интерпретации данных гидродинамических исследований ГС и РГС.

В настоящее время актуальными являются также вопросы, связанные с математическим моделированием и созданием новых способов для решения гидродинамических задач притока жидкости к ГС и РГС.

К теоретическому и экспериментальному исследованию вопросов притока жидкости к горизонтальным скважинам конечной длины посвящено много работ, в том числе работы [1-5].

Большинство из этих работ посвящено исследованию притока жидкости к ГС и РГС в тонких пластах, где пространственные задачи фильтрации могут быть приведены к плоским, т.е. изменения функции давления и производительности в зависимости от расположения горизонтального ствола скважины, относительно кровли или подошвы пласта, не были учтены. В некоторых работах (например в [1]), рассмотренные задачи решены без учета анизотропии пласта, т.е. притока жидкости в вертикальном направлении. Как показали исследования по изучению влияния анизотропии пласта, решение гидродинамических задач без учета притока жидкости к ГС по вертикальному направлению, как отмечают сами авторы этих работ, приводит к заниженным результатам. Поэтому в данной статье предлагается новый математический способ для решения гидродинамических задач по притоку жидкости к ГС и РГС в трехмерной области, с учетом анизотропии по проницаемости и положения ствола скважины по отношению к кровле или подошве пласта. Сначала по разработанному способу решается задача притока жидкости к одной ГС, а затем эта задача обобщается на случай притока к РГС с произвольным числом стволов в круговом анизотропном пласте с контуром питания в трехмерной области при стационарном режиме фильтрации.

Отметим, что для решения поставленной гидродинамической задачи, рассмотренной в этой статье, используется метод точечного стока (источника) и

метод суперпозиции. С этой целью ГС с длиной ствола ℓ заменяется линейным стоком с такой же длиной, а линейный сток считается состоящим из точечных стоков с интенсивностью $q=Q/\ell$, где Q - дебит ГС.

Теперь рассмотрим решение задачи притока жидкости к ГС.

Пусть в горизонтальном анизотропном пласте мощностью H , с коэффициентами проницаемости: в вертикальном направлении k_1 и в горизонтальном (радиальном) направлении k , пущена в эксплуатацию ГС длиной ℓ , ствол которой расположен на высоте z_0 от подошвы пласта (рис. 1).

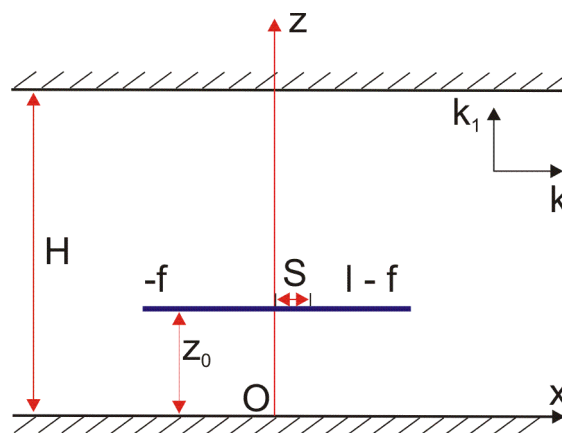


Рисунок 1. Схема сечения пласта плоскостью, проходящей через ось горизонтальной скважины

При стационарном режиме фильтрации, применяя методы отображения стоков (источников) относительно кровли и подошвы пласта и суперпозиции, для определения перепада давления в произвольной точке пласта $M(x, y, z)$ от действия точечного стока с интенсивностью $q=Q/\ell$, где Q - дебит скважины, расположенного в точке $M(x_1, y_1, z_1)$ для перепада давления нами получена следующая формула, учитывающая непроницаемости кровли и подошвы пласта [4]:

$$p_k - p = \frac{\mu q}{2 \pi k H} \left[\ln \frac{r_k}{\rho} + 2 \sum_{\sigma=1}^{\infty} K_0 \left(\frac{\sigma \pi}{H} \sqrt{v} \rho \right) \cos \frac{\sigma \pi z}{H} \cos \frac{\sigma \pi z_1}{H} \right], \quad (1)$$

где $\rho^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2$, $v = k_1/k$, k_1, k - коэффициенты проницаемости пласта в вертикальном и горизонтальном направлениях, $K_0(x)$ - функция Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка второго рода, μ - вязкость жидкости.

Для определения перепада давления от действия всех точечных стоков, составляющих линейный сток, которые заменяют ГС, используется следующий способ. По условию решения задачи дебит скважины считается равномерно распределенным по длине горизонтальной скважины. При таком условии значения давления на поверхности ГС будут меняться от точки к точке. Но на поверхности ее можно найти такую точку, в которой значение забойного давления будет равным среднему значению его по всей поверхности скважины.

Предположим, что эта точка находится на расстоянии f от левого конца ствола скважины. В рассмотренной системе координат координаты этой точки будут $(0, 0, z_0)$ (рис. 1). Ось Ox направим вдоль оси горизонтальной скважины и рассмотрим точечный сток, расположенный на расстоянии s от начала координат, т.е. в точке с координатами (s, r_c, z_0) на поверхности ГС. Тогда будем иметь:

$$x_1=0; y_1=0; z_1=z_0; x=s; y=r_c; z=z_0; \rho=\sqrt{s^2+r_c^2}.$$

Учитывая эти значения аргументов в формуле (4), получим

$$p_k - p_c = \frac{\mu q}{2\pi kH} \left[\ln \frac{r_k}{\sqrt{s^2+r_c^2}} + 2 \sum_{\sigma=1}^{\infty} K_0 \left(\frac{\sigma \pi}{H} \sqrt{v} \sqrt{s^2+r_c^2} \right) \cos^2 \frac{\sigma \pi z_0}{H} \right].$$

Для определения перепада давления от действия всех точечных стоков, учитывая, что $q=Q/\ell$, умножим правую часть формулы (2) на ds/ℓ и проинтегрируем от $-f$ до $\ell-f$ по переменной s . В результате интегрирования получим:

$$p_k - p_c = \frac{\mu Q}{2\pi kH} \left[1 + \ln \frac{r_k}{\ell-f} + \frac{f}{\ell} \ln \frac{\ell-f}{f} + \frac{H}{\ell \sqrt{v}} \ln \left(\frac{H}{2\pi r_c \sqrt{v}} \frac{1}{\sin(\pi z_0/H)} \right) \right].$$

Для исключения параметра f в последнем выражении необходимо умножить правую часть его на df/ℓ и проинтегрировать по f от 0 до ℓ . Тогда после некоторых упрощений, получим следующую формулу:

$$p_k - p_c = \frac{\mu Q}{2\pi kH} \left[1,5 + \ln \frac{r_k}{\ell} + \frac{H}{\ell \sqrt{v}} \ln \left(\frac{H}{2\pi r_c \sqrt{v}} \frac{1}{\sin(\pi z_0/H)} \right) \right] \quad (4)$$

Отметим, что последнее интегрирование означает осреднение функции перепада давления $p_k - p_c$ по длине ℓ ГС.

В этой формуле забойное давление p_c равно среднему значению на поверхности горизонтальной скважины.

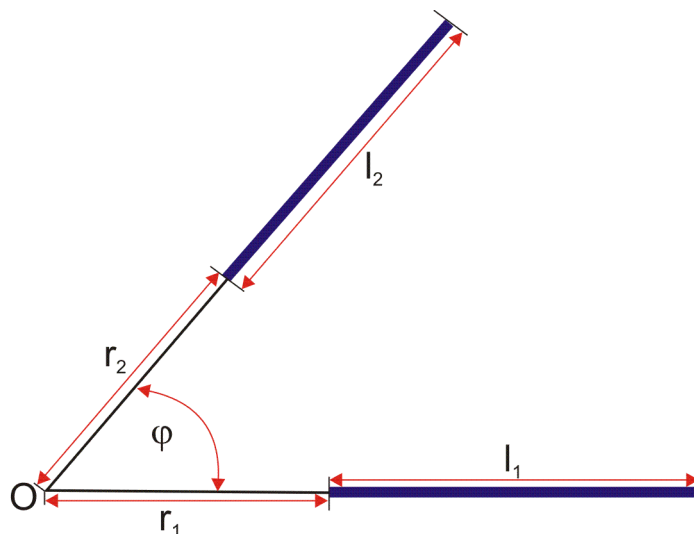


Рисунок 2. Схема проекций стволов двух горизонтальных скважин на плоскость подошвы пласта

Для случая, когда в пласте эксплуатируется батарея из двух горизонтальных скважин с длинами их стволов ℓ_1 , ℓ_2 , и углом φ между их проекциями на плоскость подошвы пласта, и которые расположены на высотах h_1 и h_2 от подошвы пласта (рис. 2), аналогичным способом решена соответствующая гидродинамическая задача и получена следующая формула:

$$\begin{aligned}
 p_k - p_c = & \frac{\mu Q}{2\pi k H} \left\{ \frac{3}{2} + \frac{1}{2(\ell_1 + \ell_2)} \left(\ell_1 \ln \frac{r_k}{\ell_1} + \ell_2 \ln \frac{r_k}{\ell_2} \right) + \right. \\
 & + \frac{H}{(\ell_1 + \ell_2) \sqrt{v}} \left[\ln \frac{H}{2\pi r_c \sqrt{v}} - \frac{1}{2} \ln \left(\sin \frac{\pi h_1}{H} \sin \frac{\pi h_2}{H} \right) \right] + \\
 & \left. + \frac{1}{4(\ell_1 + \ell_2)} \left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2} \right) F(x, y, \varphi) \Big|_{x_1, y_1}^{x_2, y_2} \right\}, \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{где } F(x, y, \varphi) = & \left[xy - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \cos \varphi \right] \ln \frac{r_k^2}{x^2 + y^2 - 2xy \cos \varphi} - \\
 & - \sin \varphi \left[x^2 \operatorname{arctg} \frac{y - x \cos \varphi}{x \sin \varphi} + y^2 \operatorname{arctg} \frac{x - y \cos \varphi}{y \sin \varphi} \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$F(x, y, \varphi) \Big|_{x_1, y_1}^{x_2, y_2} = F(x_2, y_2, \varphi) + F(x_1, y_1, \varphi) - F(x_1, y_2, \varphi) - F(x_2, y_1, \varphi),$$

$x_1 = r_1$, $x_2 = r_1 + \ell_1$, $y_1 = r_2$, $y_2 = r_2 + \ell_2$, $v = k_z/k$, $L = \ell_1 + \ell_2$, r_1, r_2 , как видно из рис. 2, расстояния от точки O пересечения продолжений проекций стволов ГС, до их ближайших концов, соответственно (см. рис. 2).

В рассматриваемом случае Q - общий дебит этих двух горизонтальных скважин.

Полученная аналогичным способом формула для интерференции батареи из трех горизонтальных скважин с длинами стволов ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 и углами между их проекциями на плоскости подошвы: между ℓ_1 и $\ell_2 - \alpha$, между ℓ_1 и $\ell_3 - \gamma$, между ℓ_2 и $\ell_3 - \beta$, расположенные на расстояниях z_1, z_2, z_3 от подошвы пласта (рис. 3), имеет вид:

$$\begin{aligned}
 p_k - p_c = & \frac{\mu Q}{2 \pi k H} \left\{ 1,5 + \frac{1}{3L} \left(\ell_1 \ln \frac{r_k}{\ell_1} + \ell_2 \ln \frac{r_k}{\ell_2} + \ell_3 \ln \frac{r_k}{\ell_3} \right) + \right. \\
 & + \frac{H}{L_3 \sqrt{v}} \left[\ln \frac{H}{2 \pi r_c \sqrt{v}} - \frac{1}{3} \ln \left(\sin \frac{\pi h_1}{H} \sin \frac{\pi h_2}{H} \sin \frac{\pi h_3}{H} \right) \right] + \\
 & + \frac{1}{6L_3} \left[\left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2} \right) F(x, y, \alpha) \left| \begin{array}{l} x_2, y_2 \\ x_1, y_1 \end{array} \right| + \left(\frac{1}{\ell_2} + \frac{1}{\ell_3} \right) F(y, z, \gamma) \left| \begin{array}{l} y_2, z_2 \\ y_1, z_1 \end{array} \right| + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_3} \right) F(x, z, \beta) \left| \begin{array}{l} x_2, z_2 \\ x_1, z_1 \end{array} \right| \right] \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$L_3 = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3, \quad x_1 = r_1, \quad x_2 = r_2 + \ell_2, \quad y_1 = r_2, \quad y_2 = r_2 + \ell_2, \quad z_1 = r_3,$$

$$z_2 = r_3 + \ell_3; \quad \alpha + \beta + \gamma = 2\pi.$$

Остальные обозначения те же, что и в случае батареи из двух горизонтальных скважин.

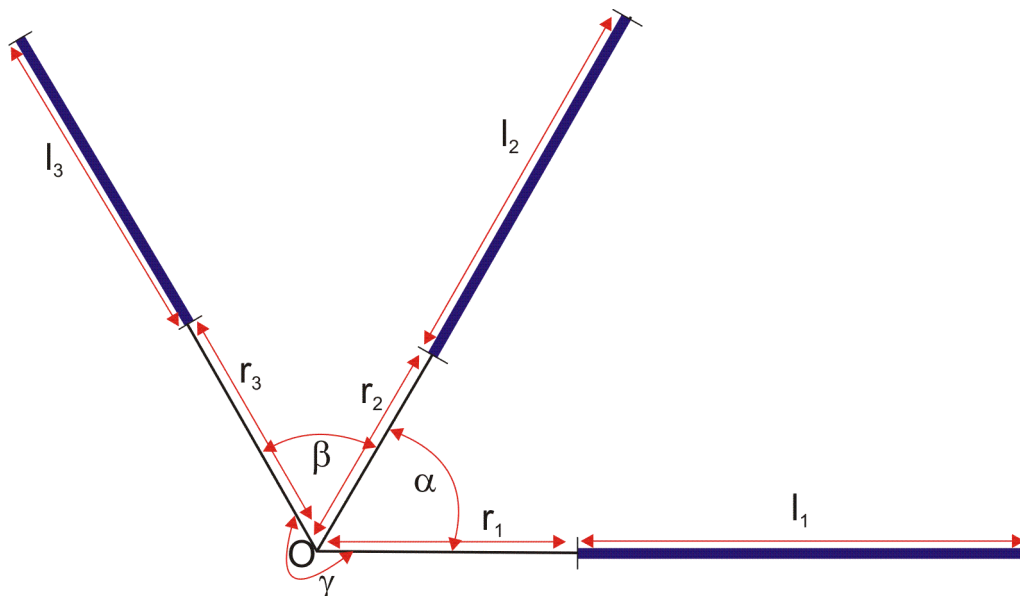


Рисунок 3. Схема проекций стволов трех горизонтальных скважин на плоскость подошвы пласта

Отметим, что рассмотренную задачу можно обобщить на случай эксплуатации произвольного числа n ГС.

Пусть в достаточно большом по простиранию анизотропном пласте работает батарея из произвольного числа стволов разветвленно-горизонтальных скважин с различными длинами стволов $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n$, с расстояниями h_1, h_2, \dots, h_n от подошвы пласта и различными углами между проекциями стволов на плоскости подошвы пласта. Для этого случая полученная формула имеет вид:

$$\begin{aligned}
 p_k - p_c = & \frac{\mu Q}{2\pi kH} \left\{ \frac{3}{2} + \frac{1}{n L_n} \left(\sum_{i=1}^n \ell_i \ln \frac{r_k}{\ell_i} \right) + \right. \\
 & + \frac{H}{L_n \sqrt{\nu}} \left[\ln \frac{H}{2 \pi r_c \sqrt{\nu}} - \ln \left(\prod_{i=1}^n \sin \frac{\pi h_i}{H} \right) \right] + \\
 & \left. + \frac{1}{2 n L_n} + \frac{1}{2 n L_n} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{1}{\ell_i} + \frac{1}{\ell_j} \right) F(x_i, x_j, \varphi_{ij}) \right\}, \quad (8)
 \end{aligned}$$

где $x_{i1} = r_i$, $x_{i2} = r_i + \ell_i$, $x_{j1} = r_j$, $x_{j2} = r_j + \ell_j$, $L_n = \ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_n$.

φ_{ij} - угол между проекциями стволов ℓ_i и ℓ_j на плоскости подошвы пласта. Остальных обозначения параметров аналогичны предыдущим.

Рассмотрим пример, связанный с применением формулы (7).

Пусть пласт, в котором эксплуатируется батарея из трех горизонтальных скважин, имеет толщину $H = 20$ м, коэффициент проницаемости в горизонтальном направлении $k = 0,2$ мкм², коэффициент вязкости нефти в пласте $\mu = 1$ мПа, коэффициент объемного расширения нефти $B = 1,2$, радиус скважин, одинаковый для всех, $r_c = 0,1$ м, расстояние до контура питания в пласте $r_k = 1000$ м, перепад давления между пластовым давлением p_k и средним значением его p_c на стволах горизонтальных скважин $p_k - p_c = 3$ мПа. Требуется изучить влияние анизотропии пласта на дебит батареи скважин с длинами стволов ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 , расположенных на высотах z_1, z_2, z_3 .

Для простоты вычисления примем:

- для углов между стволами скважин $\alpha = \beta = \gamma = 2 \pi / 3$;

- для значений длин стволов скважин

$\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = 50, 100, 200, 500, 700$ и 800 м ;

- для значений расстояний от центра пласта до ближайших концов стволов скважин $r_1=r_2=r_3=10$ м ;

- для коэффициента анизотропии $\nu = 0, 2, 1$ и 5 .

Относительно расположения скважин в пласте рассмотрены четыре варианта:

1. $h_1=h_2=h_3=1$ м ;
2. $h_1=h_2=h_3=5$ м ;
3. $h_1=h_2=h_3=10$ м ;
4. $h_1=h_2=h_3=15$ м .

На персональном компьютере были произведены расчеты, изучены характер влияния анизотропии пласта, длин скважин и их расположения по отношению к подошве или кровле пласта, на производительность скважин.

На основании произведенных вычислений была составлена таблица 1.

Таблица 1

Величины дебита в зависимости от анизотропности пласта
и местоположения стволов скважин в трехмерной области, в м³/сут

$\ell, \text{ м}$	$\nu=k_1/k$	h_1	h_2	h_3	h_1	h_2	h_3	h_1	h_2	h_3	h_1	h_2	h_3
		1	1	1	5	5	5	10	10	10	5	10	15
100	0,2	101			106			108			107		
	1	115			119			119			119		
	5	123			124			124			124		
200	0,2	153			159			160			159		
	1	169			172			173			172		
	5	176			178			178			188		
500	0,2	375			390			393			391		
	1	414			422			423			423		
	5	432			436			437			436		
700	0,2	758			802			813			806		
	1	877			903			909			905		
	5	936			949			952			950		
800	0,2	1262			1322			1201			1382		
	1	1576			1650			1668			1656		
	5	1747			1786			1796			1789		

Из этой таблицы видно, что влияние анизотропии пласта на производительность скважины является более существенным, чем расположение стволов горизонтальных скважин по отношению кровли или подошвы разрабатываемого пласта. Среди рассмотренных вариантов для дебита батареи горизонтальных скважин производительность получается больше в варианте, когда все стволы скважин расположены в одной плоскости, проходящей через середины мощности пласта. Этот вывод справедлив для рассмотренного случая, где гравитационные силы не были учтены.

Литература

1. Борисов Ю.П., Пилатовский В.П., Табаков В.П. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами. М.: Недра, 1964, 156 с.
2. Велиев М.Н. Изучение интерференции батареи вертикальных и горизонтальных скважин // Азербайджанское нефтяное хозяйство, 2000, N 1, С. 6-9.
3. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М.: Гостоптехиздат, 1949, 590 с.
4. Полубаринова-Кочина П.Я. О наклонных и горизонтальных скважинах конечной длины // Журнал прикладной математики и механики, Т. XX, 1956, №1, С. 95-108.
5. Велиев М.Н., Джалалов Г.И., Жидков Е.Е. Приток жидкости к горизонтальной скважине в деформируемом круговом пласте // Изв. АН Азербайджана, сер. «Науки о Земле», 2004, № 2, С. 82 - 88.