УДК 681.5.015 : 622.276.221

НОВОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРИТОКА ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ, НЕСОВЕРШЕННОЙ ПО СТЕПЕНИ ВСКРЫТИЯ ПЛАСТА

Велиев Магомед Нурмагомед оглы

Институт научных исследований ГНКАР

Данная статья посвящена решению гидродинамической задачи притока жидкости к вертикальной скважине, которая вскрыла толщину продуктивного пласта в произвольных интервалах.

Целью статьи является получение аналитических выражений для коэффициентов дополнительных фильтрационных сопротивлений, создающихся в процессе притока жидкости к скважине, несовершенной по степени вскрытия пласта. Знание этих коэффициентов необходимо при составлении автоматизированной системы проектирования разработки нефтяных и газовых месторождений, так как в настоящее время отсутствуют аналитические выражения, на основании которых можно было бы составить алгоритмы решаемой задачи и машинные программы для использования их при проведении вычислительной работы на компьютерах.

Полученные в статье формулы позволяют определить дебит скважины для любых вскрываемых интервалов толщины пласта.

Ключевые слова: *скважина, пласт, жидкость, нефть, разработка, формула, давление, дебит, расход, проницаемость, функция, приток, фильтрация*

При разработке и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений в большинстве случаев по различным геологическим, техническим и технологическим причинам продуктивные горизонты скважинами вскрываются не на полную их мощность, а на определенные интервалы. Другими словами, в таких случаях скважины являются несовершенными по степени вскрытия пласта. Естественно, что существующие аналитические формулы притока жидкости к совершенным и несовершенным скважинам отличаются друг от друга. Так, при стационарной фильтрации формула притока жидкости к несовершенной скважине получается из формулы притока к совершенной, т.е. из формулы Дюпюи, введением в нее коэффициента C, называемого коэффициентом дополнительного фильтрационного сопротивления, учитывающим несовершенство скважины по степени вскрытия пласта.

Необходимо отметить, что исследованием вопросов притока жидкости к скважинам, несовершенным по степени вскрытия пластов посвящены работы многих авторов. Среди этих работ особое место занимают работы В.И. Щурова [1], который используя методы ЭГДА (электрогидродинамическая аналогия) для определения притока к скважине, несовершенной по степени вскрытия пласта получил графические зависимости в виде кривых $C = f(a, \delta)$ при различных безразмерных толщинах пласта $a = H/D$, где H - полная толщина пласта, D - диаметр скважины, и $\delta = h/H$, где h - вскрытая мощность пласта. Графические зависимости, полученные В.И. Щуровым для определения кэффициентов дополнительных фильтрационных сопротивлений, широко используются при решении различных задач подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений.

Впервые задача о притоке жидкости к скважине, несовершенной по степени вскрытия пласта, теоретически была исследована М. Маскетом [2], который решил соответствующую задачу методами отображения стоков (источников) и суперпозиции, и получил аналитическую формулу для определения производительности скважины.

Для определения коэффициента дополнительного фильтрационного сопротивления *C*, используя результаты работы М. Маскета [2], И.А. Чарный [3] получил формулу, состоящую из двух частей: первая является аналитической функцией, а вторая имеет вид функции, заданной графически. В формулу М. Маскета входят гамма-функции, известные из курса матемической физики, которые затрудняют составление машинных программ для вычисления на компьютерах

В настоящее время, когда проводятся фундаментальные исследования в области создания автоматизированной системы проектирования разработки нефтяных и газовых месторождений, использование результатов работ В.И. Щурова и М. Маскета по притоку жидкости к несовершенным скважинам, из-за отсутствия компактных алгоритмов и программ решаемых задач, не представляется возможным.

Что касается графических зависимостей вида $C = f(a, \delta)$ В.И. Щурова, то для них отсутствуют аналитические выражения, по которым можно было бы составить алгоритмы решаемой задачи. Поэтому, из-за отсутствия алгоритмов, невозможно реализовать вычислительный процесс на компьютерах. Кроме этого, при определении коэффициента C по кривым В.И. Щурова неизвестно, к какому именно интервалу вскрытия толщины пласта относится полученное значение указанного коэффициента.

В связи с вышесказанным, данная статья посвящена решению гидродинамической задачи притока жидкости к скважине, которая вскрыла толщину пласта в произвольных интервалах, а также получению аналитических выражений для коэффициента дополнительного фильтрационного сопротивления *C*, позволяющего составлять алгоритмы и машинные программы, учитывающие местоположения вскрываемых интервалов толщины пласта.

Теперь перейдем к изложению содержания, постановки и решению вышеуказанной задачи.

Пусть горизонтальный анизотропный пласт мощностью H, с коэффициентами проницаемости в вертикальном направлении k_1, в горизонтальном (радиальном) направлении k и вязкостью жидкости μ вскрыт несовершенной скважиной в одном из видов, показанных на рис. 1.

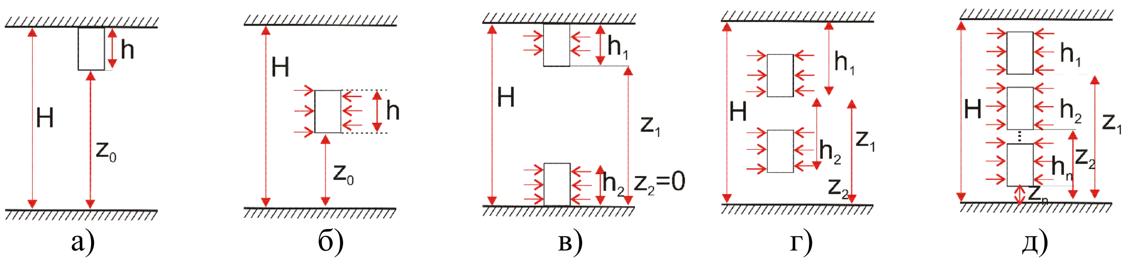

Рисунок 1. Схема вертикального сечения пласта плоскостью, проходящей через ось несовершенной скважины

Отметим, что случай вскрытия пласта несовершенной скважиной, показанной на рис. 1а, рассмотрен в работе [2] методами отображения стоков и суперпозиций.

Рассмотрим решение задачи о притоке жидкости к скважине, несовершенной по степени вскрытия пласта, несколько другим способом, позволяющим учитывать анизотропность по проницаемости, а также местоположение вскрываемого интервала толщины продуктивного горизонта.

При стационарном режиме фильтрации, применяя методы отображения стоков (источников) и суперпозиции, для определения перепада давления в произвольной точке пласта $M(x, y, z)$ от действия точечного стока с интенсивности q, расположенного в точке $M(x_{1,}y_{1,}z_1)$ нами получена следующая формула, учитывающая непроницаемости кровли и подошвы пласта [4]:

$$p_0 - p = \frac{\mu q}{2\pi kH}\left[\ln\frac{r_k}{\rho} + 2\sum_{\sigma=1}^{\infty} K_0(\sigma\pi\sqrt{v}\,\rho/H)\cos(\sigma\pi z/H)\cos(\sigma\pi z_1/H)\right], \quad (1)$$

где $\rho = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$, $v = k_1/k$,

$k_{1,}k$ - коэффициенты проницаемости пласта в вертикальном и горизонтальном направлениях, $K_0(x)$ - функция Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка второго рода,

Если в (1) принять

$$x - x_1 = r_c,\ y - y_1 = 0,\ z = z_0,\ z_1 = z_0 + s,\ \rho = r_c,\ q = Q/h,$$

и использовать следующую формулу, которая впервые получена в работе [4]:

$$2\sum_{m=1}^{\infty} K_0(mx)\cos mxt \simeq \ln\frac{x}{4\pi} + \frac{\pi}{x\sqrt{t^2+1}} + \frac{\pi}{2\pi - |xt|}, \quad (2)$$

то после интегрирования полученного выражения по s от 0 до h, с учетом (2), получим:

$$p_k - p_c(z) = \frac{\mu Q}{2\pi k H}\left\{\ln\frac{r_k}{r_c} + \left(\frac{1}{\bar{h}} - 1\right)\ln\frac{4H}{r_c\sqrt{v}} - \right.,$$

$$\left. -\frac{1}{2\bar{h}}\left[\ln\frac{3H - h - z}{H + h - z} + \ln\frac{2(z+z_0)}{z - z_0 + \sqrt{v\, r_c^2 + (z-z_0)^2}}\right]\right\} \quad (3)$$

Формула (3) позволяет определить изменение давления на поверхности ствола скважины, несовершенной по степени вскрытия пласта в зависимости от вертикальной координаты z.

Рассмотрим произвольное вскрытие пласта несовершенной скважиной, показанное на рис. 1б. Для этого случая необходимо сначала в (3), заменив z_1 на $z_0 + s$, где z_0 расстояние от подошвы пласта до нижнего конца ствола вертикальной скважины, и умножив правую часть этой формулы на ds/h, предварительно заменив в ней q на $q = Q/h$, интегрировать по s от z_0 до $z_0 + h$. Затем, полученное выражение, усреднив по длине ствола скважины, т.е., умножив правую часть полученного выражения на dz/h, необходимо интегрировать по z от z_0 до $z_0 + h$.

Тогда получится следующее выражение:

$$p_k - p_c = \frac{\mu\ Q}{2\ \pi\ k\ H}\left[\ln\frac{r_k}{r_c} + \left(\frac{1}{\omega} - 1\right)\ln\frac{4H}{r_c\sqrt{v}} + \frac{1}{\omega^2}G(\omega, \xi)\right], \tag{4}$$

где

$$G(\omega, \xi) = (\omega + \xi)\ln(\omega + \xi) + \omega\ln\omega + \xi\ln\xi + (1 - \xi)\ln(1 - \xi) + (1 - \omega - \xi)\ln(1 - \omega - \xi) -$$
$$-(2 - \omega - 2\ \xi)\ln(2 - \omega - 2\ \xi) - (\omega + 2\ \xi)\ln(\omega + 2\ \xi) + 0{,}5\left[(2 + \omega)\ln(2 + \omega) + (2 - \omega)\ln(2 - \omega)\right] +$$
$$+0{,}5\left[(2 + \xi)\ln(2 + \xi) - (2 - \xi)\ln(2 - \xi) + (2 - \omega + \xi)\ln(2 - \omega + \xi) - (2 + \omega + \xi)\ln(2 + \omega + \xi)\right]$$

$\omega = h/H,\ \ \xi = z/H$.

На основании формулы (4) для определения коэффициента дополнительного фильтрационного сопротивления *С*, когда вскрыт произвольный интервал мощности пласта можно написать следующую формулу

$$C = \left(\frac{1}{\omega} - 1\right)\ln\frac{4H}{r_c\sqrt{v}} + \frac{1}{\omega^2}G(\omega, \xi)\,. \tag{5}$$

Используя выражение (5), полученное для произвольного вскрытия можно получить формулу для любого вида вскрытия скважиной, несовершенной по степени вскрытия пласта.

Для получения аналитических выражений, в случае вскрытия пласта, показанного на рис. 1а, нужно в выражении $G(\omega, \xi)$ в (4) принять $\omega + \xi = 1$, $\xi = 1 - \omega$. Тогда будем иметь

$$G(\omega, \xi) = \left[\omega\ \ln\omega + (1 - \omega)\ \ln(1 - \omega)\right].$$

Для рассматриваемого случая вскрытия пласта (рис. 1а) формула (5) примет следующий вид:

$$C = \left(\frac{1}{\omega} - 1\right)\ln\frac{4H}{r_c\sqrt{v}} + \frac{1}{\omega^2}\left[\omega\ \ln\omega + (1 - \omega)\ \ln(1 - \omega)\right] \tag{6}$$

Если пласт вскрыт так, как показан на рис. 1в, то соответствующая формула будет иметь следующий вид:

$$C = \left(\frac{1}{\omega} - 1\right)\ln\frac{4\ H}{r_c\sqrt{v}} + \frac{1}{\omega^2}\left[G(\omega_1, 1 - \omega_1) + G(\omega_2, 0)\right], \tag{7}$$

где $\omega = \omega_1 + \omega_2$, $\omega_1 = h_1/H$, $\omega_2 = h_2/H$.

Для случая, указанного на рис. 1г, будем иметь:

$$C = \left(\frac{1}{\omega} - 1\right)\ln\frac{4\ H}{r_c\ \sqrt{v}} + \frac{1}{(\omega)^2}\left[G(\omega_1, \xi_1) + G(\omega_2, \xi_2)\right], \tag{8}$$

где $\omega=\omega_1+\omega_2$, $\omega_i=h_i/H$, $\xi_i=z_i/H$, $i=1, 2$

z_i - расстояние до нижнего конца вскрытой мощности h_i.

Для общего случая, показанного на рис. 1д имеем

$$C=\left(\frac{1}{\omega}-1\right)\ln\frac{4H}{r_C\sqrt{v}}+\frac{1}{\omega^2}\sum_{i=1}^{n}G(\omega_i,\xi_i), \qquad (9)$$

где $\omega=\omega_1+\omega_2+...+\omega_n$, $\omega_i=h_i/H$, $\xi_i=z_i/H$, $i=1, 2, ..., n$.

Если в последнем выражении считать $i=2$, $\omega_1+\omega_2=1$, которое соответствует полному вскрытию пласта совершенной скважиной, то получим выражение:

$$G(\omega_1,1-\omega_1)+G(\omega_2,0)=0,$$

из которого, как и следовало ожидать, получается равенство нулю коэффициента дополнительного фильтрационного сопротивления, т.е. $C = 0$, которое подтверждает правильность всех вышеприведенных формул, полученных для притока жидкости к несовершенной скважине при различных формах вскрытия пласта, показанного на рис. 1.

Для применения вышеполученых формул рассмотрим примеры.

Пример 1. Пласт, мощностью $H=3\ h_0$ вскрыт несовершенной скважиной в двух формах, показанных на рис. 1а и рис. 1в. В первом случае примем $h=2\ h_0$, а во втором $h_1=h_0,\ h_2=h_0$, т.е. в обоих случаях длина вскрывающего пласт ствола скважины одинакова. Требуется определить значения коэффициента C для каждой из форм вскрытия, показанных на рис. 1а и рис. 1в.

Для первой формы вскрытия, показанной на рис. 1а

$$\omega=h_1/H=2\ h_0/3\ h_0=2/3;\ \xi=z_0/H=h_0/3\ h_0=1/3.$$

Учитывая эти значения параметров в формуле (5), и производя в ней вычисление при $v=1$, $r_c=0{,}1$ и $h=h_0=10$ *м*, получим

$$G((2/3,1/3)=\frac{2}{3}\ln\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\ln\frac{1}{3}=-0{,}6365,$$

$$C=(3/2-1)\ln 1200+(3/2)^2G(2/3,1/3)=2{,}11.$$

Для второго случая вскрытия пласта, показанного на рис. 1в, из выражения (7), учитывая в них $v=1$, $H=3h_0=30$ м, $\omega_1=\omega_2=h_0/3\ h_0=1/3, \xi_1=2h_0/3h_0=2/3$, $\xi_2=0$ получим $G(1/3,\ 2/3)+G(1/3,\ 0)=$-0,778,

$$C=(3/2-1)\ln 1200+(3/2)^2[G(1/3,\ 2/3)+G(1/3,\ 0)]=1{,}79.$$

Таким образом, получено, что во втором случае вскрытия пласта несовершенной скважиной коэффициент *C* имеет меньшее значение (1.79), чем в первом (2.11). Поэтому дебит скважины во втором случае будет больше, чем в первом случае вскрытия пласта.

Для выяснения степени влияния различных значений коэффициента *C* на производительность скважины произведен расчет дебита для значений параметров: вязкость жидкости $\mu=1\ мПа\ с$, $p_k-p_c=5\,МПа$, объемный коэффициент расширения нефти $B=1{,}2$, $H=30\ м$, $r_c=0{,}1\ м$, $r_k=1000\ м$, $k=0{,}2\ мкм^2$. Из формулы для стандартных условий (с учетом коэффициента B) для дебита скважины получим

$$Q=\frac{6782}{9{,}21+C}\ м^3/сут\,. \qquad (10)$$

При $C=2{,}11$ будет $Q=599{,}7\ м^3/сут$, а при $C=1{,}79$ $Q=616{,}5\,м^3/сут$.

Рассмотрим другой пример.

Пример 2. Предположим, что несовершенная скважина по степени вскрытия пласта в первом случае вскрыла пласт с толщиной $H=3\mathrm{h}=30\ м$, начиная с кровли его на глубину $h=10\ м$, как показано на рис. 1а, а во втором случае средний интервал (рис. 1б) тоже на глубину $h=10\ м$. В обоих случаях глубина вскрытия одинакова ($h=10\ м$), но местоположения их разные. Требуется определить в каком из двух случаев дебит скважины будет больше. Для этого вычислим значения коэффициента *C* для обоих случаев.

В первом случае (рис. 1а): $\omega=h/3\mathrm{h}=1/3;\ \xi=z_0/3\mathrm{h}=2\mathrm{h}/3\mathrm{h}=2/3$.

Отметим, что если $\omega+\xi=1$, то это соответствует случаю вскрытия пласта, показанного на рис. 1а. В этом случае выражение для $G(\omega,\xi)$ упрощается и оно принимает вид: $G(\omega,\xi)=\left[\omega\ln\omega+(1-\omega)\ln(1-\omega)\right]$.

Тогда из формулы (6) при $v=1$ имеем:

$$C=(3-1)\ln 1200+3\ (2\ln 2-3\ln 3)=8{,}45$$

Соответствующий этому случаю вскрытия дебит скважины на основание данных первого примера из формулы (10) будет $Q=384{,}0\ м^3/сут$.

Во втором случае, когда вскрыт центральный интервал толщины пласта (рис. 1б), имеем: $\omega=\xi=\frac{h}{3\mathrm{h}}=\frac{1}{3}$. Тогда по формуле (5) при $v=1$, получим

$$C=(3-1)\ \ln 1200+3^2G(1/3,1/3)=7{,}18\,.$$

Учитывая это значение C в формуле дебита (10), найдем, $Q = 413{,}8\, м^3/сут$.

Таким образом, во втором случае, когда вскрыта середина мощности пласта, дебит скважины (413,8 м^3/сут.) больше, чем в первом случае (384,0 м^3/сут), когда была вскрыта верхняя часть толщины на такую же мощность. Разность между дебитами скважины в первом примере составляет 16,8 а в во втором примере составляет 29,8 м^3/сут. Эти разности дебитов по нашему мнению, являются значительными, хотя это могут подтвердить экономические расчеты. Это обстоятельство позволяет нам сделать вывод о том, что при определении коэффициента дополнительного фильтрационного сопротивления С, необходимо учитывать местоположение вскрываемого интервала, что нельзя сделать по графическим зависимостям В.И. Щурова и по аналитической формуле М. Маскета, которая получена только для случая (рис. 1а) вскрытия верхнего интервала толщины пласта.

Для изучения количественного изменения дебита скважины в зависимости от величин h и z , при мощности пласта $H = 100\ м$, и при значениях остальных параметров, как в предыдущих примерах, по формуле (5) были произведены вычисления, результаты которых приведены в таблице 1. В этой таблице, в зависимости от каждого значения длины ствола скважины h, величина z, показывающая местоположение вскрываемого интервала по отношению к подошве пласта, меняется в интервале $0 \le z \le 100 - h$. Например, при $h = 5\ м$, z меняется в интервале $0 \le z \le 95\ м$, а при $h = 30\ м$ в интервале $0 \le z \le 70\ м$ и т.д.

Из таблицы 1 видно, что, при перемещении вскрываемого интервала от кровли до подошвы пласта дебит скважины сначала увеличивается и достигает своего максимального значения, а затем уменьшается до своего минимума. Свое минимальное значение он принимает в случае, когда вскрыт верхний интервал толщины пласта $(z_1 = H - h)$ или нижний интервал $(z_1 = 0)$, а максимальное значение принимает, когда вскрывается средний интервал мощности пласта, т.е. при $z_2 = (H - h)/2$. Для изучения в количественном и в процентном отношении влияния местоположения вскрываемого интервала, в зависимости от длины ствола скважины на ее производительность, составлена таблица 2.

Таблица 1

Изменение дебита скважины, в зависимости от местоположения вскрываемого интервала толщины пласта, в м^3/сут

z, м	h, м										
	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
95	76										
90	86	129									
80	88	144	223								
70	89	146	241	307							
60	90	148	245	326	384						
50	90	149	247	331	403	456					
40	91	149	249	334	409	475	523				
30	91	149	249	334	411	480	538	586			
20	91	148	248	334	411	481	545	601	644		
10	90	147	244	329	407	477	543	602	656	696	
5	88	144	240	325	402	473	538	599	654	702	
0	77	132	227	312	389	460	527	589	646	697	736

Таблица 2

Изменение дебита скважины в зависимости от местоположения вскрываемого интервала толщины пласта, в м^3/сут

h, м	z_1=H – h		z_2= (H–h) / 2		Q_2–Q_1	
	z_1, м	Q_1, м^3/сут	z_2, м	Q_2, м^3/сут	в м^3/сут	в %
5	95	77	47,5	91	14	18,2
10	90	132	45	149	17	12,9
20	80	227	40	249	22	9,7
30	70	312	35	334	22	7,1
40	60	389	30	410	21	5,4
50	50	460	25	481	21	4,6
60	40	527	20	544	17	3,2
70	30	589	15	603	14	2,4
80	20	646	10	656	10	1,5
90	10	697	5	702	5	0,7
100	0	736	0	736	0	0

В этой таблице приведены вычисленные по формуле (4) значения дебита скважины в зависимости от h для двух положений вскрытия: когда вскрыта верхняя часть толщины пласта (т.е. когда $z=H-h$ и дебит скважины принимает минимальное значение), и когда вскрыта средняя часть мощности т.е. при $z=(H-h)/2$ и при котором дебит скважины становится максимальным).

Отметим, что в таблице 1 (только для первого столбца при $h=5\ м$) значения дебита скважины, полученные при $z=H-h$ и $z=0$, ввиду неучета гравитационных сил, должны были быть одинаковыми, но они различны. Дело в том, что формула (4) получена в результате упрощений громоздких выражений и она справедлива с определенной погрешностью. Например, при $h=5\ м$ для $z=95\ м$ получено значение 76 м^3/сут., а для $z=0\ м$ - 77 м^3/сут. Разницу в 1 м^3/сут. - можно считать как абсолютную погрешность вычисления по формуле (4). Так как относительная погрешность произведенных вычислений не превышает 1,5 %, то точность формулы (4) можно считать достаточной при проведении гидродинамических расчетов для практических целей.

Литература

1. Щуров В.И. Технология и техника добычи нефти. М.: Недра,1983, 512 с

2. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М.: Гостоптехиздат, 1949. 590 с.

3. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.

4. Велиев М.Н., Мамедов Г.А. Нестационарный приток жидкости к скважине, несовершенной по степени вскрытия. Техника и технология нефтедобычи. Труды АзНИПИнефть, 1999. С. 18-20.