ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МНОГОУРОВНЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СЕТЕВОГО МЕЖПРОМЫСЛОВОГО КОЛЛЕКТОРА

Семухин М.В.

Институт криосферы Земли СО РАН

Алгоритм оптимизации пропускной способности или максимизации выходного давления включает модели трех уровней описания: исходное описание системой нелинейных алгебраических уравнений; линеаризованное описание относительно неизвестных расходов и квадратов давлений; решение задачи линейного программирования на каждом шаге итерации. Для сложных и больших структур коллектора перед решением задачи линейного программирования может вводиться четвертый уровень описания в виде модели «черного ящика» с использованием функций чувствительности.

Возникающие в процессе эксплуатации аварийные ситуации и различные ремонтные работы: отключение отдельных линейных участков, установок комплексной подготовки газа (УКПГ) и другие требуют оперативного вмешательства диспетчерских служб. В этом случае у диспетчеров возникает необходимость выбора таких режимов работы межпромыслового коллектора (МК), которые обеспечивают максимальную пропускную способность коллектора. Для газосборных коллекторов линейной структуры выход на режим с максимальной пропускной способностью не вызывает больших затруднений. Однако при наличии газосборного коллектора произвольной сетевой структуры это становится уже крайне сложной технологической задачей. Упрощение сетевого коллектора путем "грубого" эквивалентирования технологических схем, экспертные оценки технологов и диспетчеров дают слишком большую погрешность. Поэтому пропускная способность МК сложной сетевой структуры в экстремальных ситуациях часто используется не полностью, что приводит к снижению объемов добычи газа.

Задача определения максимальной пропускной способности МК подразумевает выбор давлений и расходов газа на УКПГ и головных компрессорных станциях, при которых суммарная производительность УКПГ максимальна:

$$\sum_{i=1}^{K} Q_i \Rightarrow \max. \qquad (1)$$

Система ограничений включает уравнения, описывающие стационарное течение газа по сети трубопроводов:

$$P_{нj}^2 - P_{кj}^2 = \Lambda_j q_j |q_j|, \; j = \overline{1, L} \tag{2}$$

$$\sum_{i \in \Omega_+} q_i - \sum_{j \in \Omega_-} q_j = q_r, \; r = \overline{1, N-(m-k)}, \tag{3}$$

где $\Lambda_j = \dfrac{\lambda_j \rho T_{cpj} z_{cpj} L_j}{(0{,}326 \cdot 10^{-3} D_j^{2{,}5})^2}$:

λ_j - коэффициент гидравлического сопротивления;

L_j - длина линейного участка (ЛУ);

D_j - внутренний диаметр трубы;

Ω_+, Ω_- - множество ребер, входящих в узел r и выходящих из него;

а также следующие технологические ограничения:

- давление на входе МК (выходе УКПГ) должно лежать в интервале допустимых значений

$$P_{i\min}^{вх} \le P_i \le P_{i\max}^{вх}, \; i = \overline{1, K}, \tag{4}$$

- расходы по каждой УКПГ определяются фондом скважин и допустимой производительностью

$$Q_{i\min} \le Q_i \le Q_{i\max}, \; i = \overline{1, K}; \tag{5}$$

- на выходе МК (входе в ГКС магистральных газопроводов) давление должно быть не ниже допустимого, определяемого условиями транспорта газа по МГ

$$P_i \ge P_{i\min}^{вых}, \; i = \overline{1, M} \tag{6}$$

- при наличии зависимости давления на выходе УКПГ от расхода имеет место ограничение

$$P_i^2 \le A_i Q_i |Q_i| + B_i Q_i + C_i, \; i = \overline{1, I}; I \le K. \tag{7}$$

Указанная задача оптимизации относится к классу задач нелинейного программирования, имеет большую размерность (число переменных может быть более 100, а число ограничений - более 200), что требует большой объем оперативной памяти и длительного времени счета. Эти причины затрудняют непосредственно использовать существующие методы решения подобных задач.

Алгоритм оптимизации пропускной способности или максимизации выходного давления включает модели трех уровней описания.

1. Исходное описание системой нелинейных алгебраических уравнений.

2. Линеаризованное описание относительно неизвестных расходов и квадратов давлений.

3. Решение задачи линейного программирования на каждом шаге итерации.

Рассматриваемый алгоритм оптимизации стационарных режимов работы межпромыслового коллектора (в т.ч. определение его максимальной производительности) дает возможность свести задачу нелинейного программирования к итерационному решению ряда задач линейного программирования (ЛП) и существенно понизить ее размерность, что сокращает объем оперативной памяти и время решения.

Метод расчета основан на линеаризации исходной системы уравнений по расходам газа и итерационном решении ряда задач линейного программирования [1]. Согласование решений происходит путем пересчета потоков по каждому ребру на каждом шаге итерации и проверки критерия окончания счета.

1. Начальное приближение величин $\mathbf{Q_i^0, P_j^0}$ находится из максимизации суммарного расхода газа (1) с учетом линейной системы уравнений, получаемой из (2), (3) и ограничений (4)-(6). Эта задача относится к классу задач линейного программирования и может решаться симплекс-методом.

2. Для каждой следующей итерации s максимизируется целевая функция (1) с учетом линеаризованной по расходам системы уравнений (2), (3). Решение также находится симплекс-методом.

3. Уточняются значения потоков газа по каждому ребру:

$$\mathbf{Q_i^s = sign(P_{Hi}^s - P_{Ki}^s)\sqrt{\frac{\left|P_{Hi}^{s^2} - P_{Ki}^{s^2}\right|}{C_i}}}$$

4. Проверяется критерий окончания счета:

$$\mathbf{\sum_r \Big(\sum_{i\in\Omega_r^+} Q_i^s - \sum_{j\in\Omega_r^-} Q_j^s - q_r\Big)^2 + \sum_i \big(P_{Hi}^{s^2} - P_{Ki}^{s^2} - C_i\left|Q_i^s\right|Q_i^s\big)^2 \le \varepsilon}$$

Если последнее условие выполняется, то расчет заканчивается. В противном случае необходимо вернуться к этапу 2.

Для наиболее сложных и больших структур МК перед решением задачи линейного программирования может вводиться четвертый уровень описания в виде модели «черного ящика» с использованием функций чувствительности [2]. Этапы алгоритма реализуются в следующей последовательности.

1. Задаются технологические ограничения (4)-(7) на входах и выходах МК.

2. Производится расчет режима работы межпромыслового коллектора при граничных условиях (давлениях и расходах) $\mathbf{u_r^{(s)}, r = \overline{1, K + M}}$, где s - номер итерации.

Все переменные в модели - квадраты давлений в узлах сети и расходы газа по каждой дуге - удобно обозначить одним массивом $\mathbf{Y_k^{(s)}, k = \overline{1, N - (K + M) + L}}$.

3. Находятся функции чувствительности $\mathbf{w_{kr}^{(s)} = \left(\frac{\partial Y_k^{(s)}}{\partial u_r^{(s)}}\right)^*}$ переменных $\mathbf{Y_k^{(s)}}$ (квадратов давлений и расходов) по $\mathbf{u_r^{(s)}}$ из решения системы линейных уравнений

$$\mathbf{\sum_{k=1}^{N-(K+M)+L} \left(\frac{\partial f_i}{\partial Y_k}\right)^* w_{kr} = -\left(\frac{\partial f_i}{\partial u_r}\right)^*, i = \overline{1, N - (K + M) + L}, r = \overline{1, K + M}},$$

где знак * - означает, что значения производных и выходных переменных вычислены при номинальных значениях параметров.

4. Переменные приближенно представляются в виде

$$\mathbf{Y_k^{(s+1)} = Y_k^{(s)} + \sum_{r=1}^{K+M} w_{kr}^{(s)} (u_r^{(s+1)} - u_r^{(s)})}. \qquad (8)$$

5. Решается задача линейного программирования (ЛП) с критерием (1) и ограничениями (4) - (7). При этом ограничения (7) записываются в виде

$$\mathbf{P_i^{(s+1)^2} \le A_i Q_i^{(s+1)} | Q_i^{(s)} | + B_i Q_i^{(s+1)} + C_i},$$

- все переменные за исключением $\mathbf{u_r^{(s+1)}}$ заменяются в критерии и ограничениях разложением (8);

- ограничения на давления в системе записываются через квадраты давлений.

В результате решения задачи ЛП получаются новые (K+M) значений $\mathbf{u}_r^{(s+1)}$.

6. Проверяется критерий окончания счета:

$$\max |\mathbf{u}_r^{(s+1)} - \mathbf{u}_r^{(s)}| < \varepsilon . \qquad (9)$$

Если он выполняется, то расчет заканчивается, в другом случае происходит возврат к пункту 2.

Разложение (8), применяемое в предложенном алгоритме, позволяет значительно уменьшить размерность задачи, а также преобразовать исходную задачу нелинейного программирования к задаче ЛП, которая решается обычным симплексным методом.

Другая задача оптимизации состоит в определении режима работы МК в штатных ситуациях с максимальным давлением на входах ГКС

$$\sum_i \mathbf{P}_{i\text{вых}}^2 \Rightarrow \max \qquad (10)$$

при заданной плановой производительности $\mathbf{Q}_{\text{пл}}$ всех УКПГ

$$\sum_{i=1}^{K} \mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_{\text{пл}} \qquad (11)$$

и технологических ограничениях (4) - (7).

Алгоритм определения режима работы коллектора с максимальным давлением на входах ГКС аналогичен алгоритму выбора режима работы МК с максимальной пропускной способностью. Метод расчета также базируется на использовании линеаризации (2) и решении задачи линейного программирования на каждом шаге итерации. По сравнению с существующими способами решения подобных задач указанные методы обладают более быстрой сходимостью итерационного процесса (шесть - семь шагов) и значительно сокращают время счета.

Режим работы коллектора, получаемый в результате решения задачи, обеспечивает минимальные потери энергии на межпромысловый транспорт газа. Таким образом, решение указанных задач позволяет определить оптимальный режим работы межпромыслового коллектора сетевой структуры в различных экстремальных ситуациях: при авариях, плановых ремонтах, при вводе новых технологических установок, линейных участков и т.д.

Однако сложность управления системой газодобычи в общем случае зависит от совокупности целей, характеризующих данный технологический процесс. Многокритериальность ситуаций управления вносит дополнительную специфику в алгоритмы оптимизации. В этих условиях основная задача диспетчерских служб состоит в том, чтобы выбрать рациональные отборы газа по УКПГ с точки зрения эффективного и допустимого использования технологического оборудования, рационального ведения процесса разработки месторождения в целом, обеспечив при этом выполнения планового задания $\mathbf{Q_{пл}}$ и наименьшую степень неопределенности решений.

Алгоритм выбора эффективных режимов с учетом реальных нечетких целей и ограничений включает еще один уровень описания, характеризующий линеаризацию общей функции принадлежности на выпуклом множестве, на котором она совпадает с функцией принадлежности i-го УКПГ.

Формально множество допустимых режимов УКПГ может быть описано нечетким множеством. Допустимая производительность и фонд скважин i-ой УКПГ определяют носитель множества $[\mathbf{Q_{i\,min}}, \mathbf{Q_{i\,max}}]$. На носителе задается функция принадлежности нечеткого множества, которая характеризует степень эффективности режимов работы УКПГ. Анализ показал, что функция принадлежности нечеткого множества треугольного вида достаточно хорошо описывает технологические допустимые режимы

$$\mu_i(\mathbf{Q_i}) = \begin{cases} \mathbf{0}, & \mathbf{Q_i < Q_{i\,min}}; \\ -(\mathbf{Q_i - Q_{i\,min}})/(\mathbf{Q_{imin} - Q_{inom}}), & \mathbf{Q_{i\,min} \le Q_i \le Q_{inom}}; \\ (\mathbf{Q_i - Q_{i\,max}})/(\mathbf{Q_{inom} - Q_{i\,max}}), & \mathbf{Q_{inom} \le Q_i \le Q_{i\,max}}; \\ \mathbf{0}, & \mathbf{Q_i > Q_{i\,max}}, \end{cases} \tag{12}$$

где i - индекс i-ой УКПГ, $\mathbf{i = \overline{1,K}}$;

$\mathbf{Q_{inom}}$ - наиболее эффективный режим i-ой УКПГ.

Выбрать в качестве оптимального режима работы УКПГ $\mathbf{Q_{inom}}$ практически не удается, поскольку нарушаются технологические ограничения (4) - (7), (11). Возникает задача: распределить $\mathbf{Q_{пл}}$ так, чтобы выбранный режим работы МК удовлетворял всем технологическим ограничениям, а режим работы каждой УКПГ был близок к наиболее эффективному $\mathbf{Q_{inom}}$.

Поскольку цели на уровне УКПГ являются нечеткими, наиболее разумно в качестве критерия оптимизации использовать нечеткий критерий Заде:

$$\mu(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, ..., \mathbf{Q}_K) = \mu_1(\mathbf{Q}_1) \wedge \mu_2(\mathbf{Q}_2) \wedge ... \wedge \mu_K(\mathbf{Q}_K) \Rightarrow \max. \quad (13)$$

Критерий (13) позволяет согласовать нечеткие цели каждой УКПГ в единую цель всей системы газодобычи. Следовательно, необходимо решить задачу оптимизации с нечетким критерием, четкими ограничениями (4) - (7), (11) и ограничениями, которые описывают движение газа по газотранспортной сети. В результате решения задачи находятся отборы газа по УКПГ $\mathbf{Q}_i^*$.

Рассматриваемый ниже алгоритм выбора эффективных режимов с учетом нечетких целей и ограничений является итерационным и основывается на линеаризации функции $\mu(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, ..., \mathbf{Q}_K)$ на выпуклом множестве [2], образованном системой неравенств $\mu_i(\mathbf{Q}_i) \le \mu_j(\mathbf{Q}_j), \mathbf{j} = \overline{\mathbf{1}, \mathbf{K}}, \mathbf{j} \ne \mathbf{i}$, на котором она совпадает с функцией принадлежности i-го УКПГ $\mu(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, ..., \mathbf{Q}_K) = \mu_i(\mathbf{Q}_i)$.

Итерация с номером s алгоритма решения задачи может быть описана следующим образом (индекс s у всех переменных опускается).

1. Реализуются этапы 1-4 приведенного выше алгоритма определения режима работы коллектора с максимальным давлением на входе ГКС. На первом этапе задаются также $\mathbf{Q}_{inom}, \mathbf{i} = \overline{\mathbf{1}, \mathbf{K}}$ и $\mathbf{Q}_{пл}$.

2. Формируется множество ограничений (4), (6), (7), (11) с учетом разложения (8).

3. Находится базисная точка $\mathbf{u}^*$ с координатами $\mathbf{u}_j^*, \mathbf{j} = \overline{\mathbf{1}, \mathbf{K} + \mathbf{M}}$, удовлетворяющая сформированной системе ограничений. Базисная точка может быть определена реализацией первого этапа симплекс-метода для задач ЛП.

4. Функция принадлежности $\mu_j(\mathbf{Q}_j)$ с помощью (8) преобразуется:

$$\mu_j(\mathbf{Q}_j) = \mu_j(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, ..., \mathbf{u}_{K+M}) = \mu_j(\mathbf{u}), \mathbf{j} = \overline{\mathbf{1}, \mathbf{K}}.$$

Для переменных $\mathbf{Q}_j$, являющихся координатами u, функции принадлежности не изменяются: $\mu_j(\mathbf{Q}_j) = \mu_j(\mathbf{u}_i)$.

5. Выбирается минимальное из всех значений $\mu_j(\mathbf{u}^*)$

$$\mu_i(\mathbf{u}^*) \le \mu_j(\mathbf{u}^*), \mathbf{j} = \overline{\mathbf{1,K}}, \mathbf{j} \ne \mathbf{i}.$$

6. Формируется множество ограничений из следующих неравенств

$$\mu_i(\mathbf{u}) \le \mu_j(\mathbf{u}),$$

а также технологических ограничений (4), (6), (7), (11). Причем переменные, которые не являются координатами вектора u, представляются через них с помощью (8). При $\mu_i(\mathbf{u}) = \mathbf{1}$ или, что тоже самое $\mathbf{Q}_i^* = \mathbf{Q}_{inom}$, данная итерация завершается.

7. Симплекс-методом решается задача ЛП с полученными ограничениями и целевой функцией

$$\mathbf{f}(\mathbf{Q}_i) = \begin{cases} -(\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_{i\min})/(\mathbf{Q}_{i\min} - \mathbf{Q}_{inom}), \mathbf{Q}_i^* \in [\mathbf{Q}_{i\min}, \mathbf{Q}_{inom}); \\ (\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_{i\max})(\mathbf{Q}_{inom} - \mathbf{Q}_{i\max}), \mathbf{Q}_i^* \in (\mathbf{Q}_{inom}, \mathbf{Q}_{i\max}]; \end{cases} \Rightarrow \mathbf{max}.$$

Очевидно, что решение задачи ЛП не изменится, если максимизировать функцию

$$\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{Q}_i) = \begin{cases} \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_i^* \in [\mathbf{Q}_{i\min}, \mathbf{Q}_{inom}); \\ -\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_i^* \in (\mathbf{Q}_{inom}, \mathbf{Q}_{i\max}]. \end{cases}$$

Пусть $\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{\mathbf{u}}_1, \tilde{\mathbf{u}}_2, ..., \tilde{\mathbf{u}}_K)$ - решение задачи ЛП.

8. Проверяются условия

$$\mu_i(\tilde{\mathbf{u}}) < \mu_j(\tilde{\mathbf{u}}).$$

Если они выполнены, то s-ая итерация завершается, поскольку улучшить решение не представляется возможным, в другом случае осуществляется переход к следующему этапу.

9. Формируется множество индексов J = {1, 2, ..., K}. Тогда J = J \ i - множество вида {1, 2, ..., i-1, i+1, ..., K}.

10. Выбирается произвольная функция принадлежности

$$\mu_j(\tilde{\mathbf{u}}) = \mu_i(\tilde{\mathbf{u}}), \mathbf{j} \in \mathbf{J}.$$

11. Индексу i присваивается значение j: i = j.

12. Определяется новая точка $\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{\mathbf{u}}_1, \tilde{\mathbf{u}}_2, ..., \tilde{\mathbf{u}}_K)$, доставляющая максимум функции принадлежности $\mu_i(\mathbf{u})$ (пункты 6-7 данного алгоритма).

13. Из множества J исключается индекс i: J = J \ i.

14. Проверяется условие J = ∅ (символом ∅ обозначено пустое множество). Если это условие выполнено, то данная итерация заканчивается, в другом случае переходят к следующему пункту.

15. Проверяются неравенства $\mu_i(\tilde{\mathbf{u}}) < \mu_j(\tilde{\mathbf{u}}), \mathbf{j} \in \mathbf{J}$. Если они выполнены, то проверяется критерий окончания счета (9), если нет - осуществляется возврат к пункту 10.

Данная процедура решения задачи с нечетким критерием и четкими линейными ограничениями реализует один шаг решения общей задачи. Итерационный процесс заканчивается, когда выполняется критерий остановки (9).

В результате решения задачи оптимизации с нечетким целями, заданными для каждой УКПГ, общий плановый расход газа $\mathbf{Q}_{\text{пл}}$ распределяется так, что каждая УКПГ работает на режиме наиболее близком к эффективному $\mathbf{Q}_{\mathbf{inom}}$, при этом выполняются все требуемые технологические ограничения.

Кроме того, небольшая модификация данного алгоритма позволяет производить расчеты режимов работы МК при неточных замерах давлений и расходов газа на входе-выходе МК, описывая неточные величины нечеткими множествами.

С помощью предложенного алгоритма проводилась оптимизация стационарных режимов работы межпромыслового коллектора Уренгойского месторождения. Проводимые с помощью этих комплексов расчеты показали высокую устойчивость, хорошую скорость сходимости и точность предложенных алгоритмов.

Литература

1. Семухин М.В. Расчет и оптимизация нелинейной системы для сети материальных потоков. Сборник статей "Математическое и информационное моделирование". - Тюмень, ТюмГУ, 1997, с.118-124.

2. Семухин М.В. Оптимизация стационарных режимов работы газосборного коллектора на основе функции чувствительности. Известия ВУЗов "Нефть и газ", вып. 4. - Тюмень, ТюмГНУ, 2001, с.56-62.