УДК 622.92(07)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ИЗГИБА СТЕРЖНЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ ТРУБОПРОВОДА С КРИВЫМИ ВСТАВКАМИ

Масалимов Р.Б., Зарипов Р.М.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, e-mail: masalimovrb@mail.ru

Аннотация. *Подземный трубопровод любого диаметра имеет криволинейные участки, образованные изгибами в вертикальной и горизонтальной плоскостях. С ростом диаметров магистральных трубопроводов возрастает протяженность участков, находящихся под воздействием температурных напряжений и внутреннего рабочего давления. Это вызывает дополнительный изгиб трубопровода, что сопровождается потерей его устойчивости. Выведено уравнение для исследования напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопровода, составленного из кривых выпуклых и вогнутых вставок с данной кривизной в случае отсутствия его взаимодействия с грунтом. Рассмотрен пример расчета и проведен анализ полученных результатов.*

Ключевые слова: *трубопровод, кривые выпуклые и вогнутые вставки, кривизна трубопровода, напряженно-деформированное состояние, устойчивость трубопровода*

Введение

Повышение надежности и безопасности трубопроводного транспорта является одной из наиболее актуальных задач в нефтегазовой промышленности. Трубопроводы, проложенные в сложных инженерно-геологических условиях, испытывают как стандартные нагрузки (вес трубопровода с продуктом, вес грунта на трубопроводе, реакция грунта на деформацию трубопровода, внутреннее рабочее давление и перепад температуры эксплуатации и замыкания трубопровода при строительстве), так и нестандартные, связанные с изменением физико-механических характеристик грунта. Чтобы избежать аварий трубопроводов, необходимо установить влияние изменения условий и параметров эксплуатации на прочность и устойчивость трубопровода. Нахождение потенциально опасных участков, наряду с экспериментом, осуществляется расчетным путем (решение задачи прочности и устойчивости). Анализ постановок этих задач, содержащихся в исследованиях последних лет, показывает, что они выполнены с принятием упрощающих предположений по конструкции трубопровода (замена в расчетной схеме кривых вставок ломаными), по схеме его нагружения (пренебрежение влияния давления на изгиб

трубопровода). В действительности, трубопровод, составленный из прямолинейных труб, выпуклых и вогнутых вставок, имеющий участки естественного изгиба, не может деформироваться одинаково в продольном направлении при его эксплуатации в сложных геологических условиях.

Данная статья посвящена исследованию решения уравнения продольно-поперечного изгиба стержня, а также устойчивости стержня.

Моделирование подземного участка трубопровода с кривыми вставками без упругого основания

Рассматривается трубопровод, составленный из труб с кривыми вставками в случае отсутствия его взаимодействия с грунтом. Трубопровод моделируется криволинейным стержнем трубчатого сечения. Тогда в расчетной модели трубопровода [1] в геометрических соотношениях, в уравнениях равновесия и в физическом соотношении начальная кривизна продольной оси трубопровода $k_1 \neq 0$. Так как не учитывается давление грунта на трубопровод, то $r_y = 0$. Последний деформируется под действием вертикальной распределенной нагрузки q_y и нагрузок, возникающих при его эксплуатации. Проводя соответствующие преобразования, получим следующее дифференциальное уравнение 4-го порядка:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{S_x}{EJ}\frac{d^2 w}{dx^2} + k_1^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q_y}{EJ} + \frac{S_x k_1}{EJ} . \qquad (1)$$

Здесь w – прогиб; x – независимая переменная, совпадающая с продольной осевой координатой; S_x – эквивалентное продольное усилие; EJ – жесткость трубы.

Дифференциальное уравнение (1) можно использовать для исследования деформаций изгиба сжимаемого или растягиваемого стержня. А именно, в случае отсутствия компенсаторов (устройств, компенсирующих температурные напряжения в защемленном грунтом трубопроводе) напряженно-деформированное состояние (НДС) трубопровода можно описать с помощью уравнения продольно-поперечного изгиба стержня при его сжатии, а в случае наличия компенсаторов – с помощью уравнения продольно-поперечного изгиба растягиваемого стержня.

Решение дифференциального уравнения, описывающего изгиб сжимаемого стержня

Проведем исследование решения уравнения (1) для случая, когда под действием продольной осевой силы S_x стержень сжимается в продольном осевом направлении. Тогда в уравнении (1) второе слагаемое берем со знаком «+».

Решим однородное уравнение:

$$\frac{d^4 w}{dx^4}+\frac{S_x}{EJ}\frac{d^2 w}{dx^2}+k_1^2\frac{d^2 w}{dx^2}=0 . \qquad (2)$$

Составим характеристическое уравнение:

$$r^4+\left(\frac{S_x}{EJ}+k_1^2\right)r^2=0 . \qquad (3)$$

Решая это уравнение, найдем его корни:

$$r_{1,2}=0 ,\ r_{3,4}=\pm\sqrt{-\left(\frac{S_x}{EJ}+k_1^2\right)} . \qquad (4)$$

Так как выражение $\frac{S_x}{EJ}+k_1^2$ больше нуля, то $r_{3,4}=\pm i\sqrt{\frac{S_x}{EJ}+k_1^2}$.

Обозначив

$$\beta=\sqrt{\frac{S_x}{EJ}+k_1^2} , \qquad (5)$$

получим $r_{3,4}=\pm\beta\ i$. Тогда решение однородного уравнения (2) имеет следующий вид:

$$w=C_1+C_2 x+C_3\cos\beta x+C_4\sin\beta x . \qquad (6)$$

Общее решение дифференциального уравнения (1) в этом случае выражается формулой

$$w=C_1+C_2 x+C_3\cos\beta x+C_4\sin\beta x+\frac{q_y+S_x k_1}{2\left(S_x+k_1^2 EJ\right)}\cdot x^2 . \qquad (7)$$

Рассмотрим два варианта закрепления на опорах концов стержня: шарнирное опирание и жесткая заделка. Расположим начало координат в середине пролёта стержня. Тогда граничные условия для дифференциального уравнения (1), соответствующие данным характерам закрепления, можно представить в виде:

а) шарнирное опирание

$$w\left(\pm\frac{l}{2}\right)=0 ,\ w''\left(\pm\frac{l}{2}\right)=0 ; \qquad (8)$$

б) жесткая заделка

$$w\left(\pm\frac{l}{2}\right)=0\,,\;\; w'\left(\pm\frac{l}{2}\right)=0\,. \tag{9}$$

Здесь l – длина пролёта стержня.

Для выполнения условия симметрии для рассматриваемого стержня положим в общем решении (7) $C_2=C_4=0$. Тогда

$$w=C_1+C_3\cos\beta x+\frac{q_y+S_x k_1}{2\left(S_x+k_1^2 EJ\right)}\cdot x^2\,. \tag{10}$$

Далее подробно опишем решение задачи для двух вариантов закрепления концов стержня на опорах.

а) В случае шарнирного опирания, подставляя общее решение (10) в граничные условия (8), получим систему двух линейных уравнений:

$$\begin{cases} C_1+C_3\cos\dfrac{\beta l}{2}+\dfrac{q_y+S_x k_1}{2\left(S_x+k_1^2 EJ\right)}\cdot\dfrac{l^2}{4}=0, \\ -C_3\beta^2\cos\dfrac{\beta l}{2}+\dfrac{q_y+S_x k_1}{S_x+k_1^2 EJ}=0. \end{cases}$$

Решив систему, найдем постоянные интегрирования C_1 и C_3:

$$C_1=-\frac{q_y+S_x k_1}{S_x+k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{1}{\beta^2}+\frac{l^2}{8}\right),\;\; C_3=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x+k_1^2 EJ}\cdot\frac{1}{\beta^2\cos\dfrac{\beta l}{2}}\,. \tag{11}$$

Тогда общее решение дифференциального уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (8), имеет вид:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x+k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{\cos\beta x}{\beta^2\cos\dfrac{\beta l}{2}}-\frac{1}{\beta^2}-\frac{l^2}{8}+\frac{x^2}{2}\right). \tag{12}$$

Найдем также следующие характеристики НДС трубопровода.

Угол поворота деформированной продольной оси трубопровода:

$$\omega_1(x)=\frac{dw}{dx}=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x+k_1^2 EJ}\cdot\left(x-\frac{\sin\beta x}{\beta\cos\dfrac{\beta l}{2}}\right). \tag{13}$$

Изгибающий момент:

$$M_z(x)=-EJ\cdot\frac{d^2 w}{dx^2}=EJ\cdot\frac{q_y+S_x k_1}{S_x+k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{\cos\beta x}{\cos\dfrac{\beta l}{2}}-1\right). \tag{14}$$

Перерезывающая сила:

$$Q_y(x) = -EJ \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = -EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \frac{\beta \sin \beta x}{\cos \frac{\beta l}{2}} . \qquad (15)$$

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$ в середине пролета при $x = 0$:

$$w(0) = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{1}{\beta^2 \cos \frac{\beta l}{2}} - \frac{1}{\beta^2} - \frac{l^2}{8} \right), \quad M_z(0) = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{1}{\cos \frac{\beta l}{2}} - 1 \right).$$

Найдем значения угла поворота $\omega_1(x)$ и перерезывающей силы $Q_y(x)$ на концах пролета при $x = \pm \frac{l}{2}$:

$$\omega_1\left(\pm \frac{l}{2}\right) = \pm \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{l}{2} - \frac{1}{\beta} \cdot \mathrm{tg} \frac{\beta l}{2} \right), \quad Q_y\left(\pm \frac{l}{2}\right) = \mp EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \beta \, \mathrm{tg} \frac{\beta l}{2} .$$

б) В случае жесткой заделки, подставляя общее решение (10) в граничные условия (9), получим следующую систему двух линейных уравнений:

$$\begin{cases} C_1 + C_3 \cos \frac{\beta l}{2} + \frac{q_y + S_x k_1}{2\left(S_x + k_1^2 EJ\right)} \cdot \frac{l^2}{4} = 0, \\ -C_3 \beta \sin \frac{\beta l}{2} + \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \frac{l}{2} = 0 . \end{cases}$$

Эта система имеет единственное решение:

$$C_1 = -\frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{l}{2\beta} \cdot \mathrm{ctg} \frac{\beta l}{2} + \frac{l^2}{8} \right), \quad C_3 = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \frac{l}{2 \beta \sin \frac{\beta l}{2}} , \qquad (16)$$

Тогда общее решение дифференциального уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (9), имеет вид:

$$w = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{l \cos \beta x}{2\beta \sin \frac{\beta l}{2}} - \frac{l}{2\beta} \cdot \mathrm{ctg} \frac{\beta l}{2} - \frac{l^2}{8} + \frac{x^2}{2} \right). \qquad (17)$$

Угол поворота деформированной продольной оси трубопровода:

$$\omega_1(x) = \frac{dw}{dx} = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(x - \frac{l \sin \beta x}{2 \sin \frac{\beta l}{2}} \right). \qquad (18)$$

Изгибающий момент:

$$M_z(x) = -EJ \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{\beta\, l \cos \beta x}{2 \sin \frac{\beta l}{2}} - 1 \right). \quad (19)$$

Перерезывающая сила:

$$Q_y(x) = -EJ \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = -EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \frac{\beta^2\, l\, \sin \beta x}{2 \sin \frac{\beta l}{2}}. \quad (20)$$

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$ в середине пролета при $x = 0$:

$$w(0) = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{l}{2\beta \sin \frac{\beta l}{2}} - \frac{l}{2\beta} \cdot \mathrm{ctg} \frac{\beta l}{2} - \frac{l^2}{8} \right);$$

$$M_z(0) = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{\beta\, l}{2 \sin \frac{\beta l}{2}} - 1 \right).$$

Найдем значения изгибающего момента $M_z(x)$ и перерезывающей силы $Q_y(x)$ на концах пролета при $x = \pm \frac{l}{2}$:

$$M_z\left(\pm \frac{l}{2}\right) = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{\beta\, l}{2} \mathrm{ctg} \frac{\beta l}{2} - 1 \right), \quad Q_y\left(\pm \frac{l}{2}\right) = \mp EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \frac{\beta^2 l}{2}.$$

Решение дифференциального уравнения, описывающего изгиб растягиваемого стержня

Проведем исследование решения уравнения (1) для случая, когда под действием продольной осевой силы S_x стержень растягивается в продольном осевом направлении. Тогда в уравнении (1) второе слагаемое берем со знаком «–». Получим уравнение

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{S_x}{EJ} \frac{d^2 w}{dx^2} + k_1^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q_y}{EJ} + \frac{S_x k_1}{EJ}. \quad (21)$$

Соответствующее однородное уравнение для дифференциального уравнения (21) имеет вид:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{S_x}{EJ} \frac{d^2 w}{dx^2} + k_1^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0. \quad (22)$$

Составим характеристическое уравнение:

$$r^4-\left(\frac{S_x}{EJ}-k_1^2\right)r^2=0\,. \qquad (23)$$

Отсюда $r^2=0$ или $r^2=\frac{S_x}{EJ}-k_1^2$. Решением первого уравнения являются корни: $r_{1,2}=0$. Второе уравнение решим в зависимости от того, какой знак имеет выражение $\frac{S_x}{EJ}-k_1^2$.

1. Рассмотрим случай, когда

$$\frac{S_x}{EJ}-k_1^2<0\,. \qquad (24)$$

Тогда корни уравнения $r^2=\frac{S_x}{EJ}-k_1^2$ являются мнимыми. Обозначив

$$\beta^2=k_1^2-\frac{S_x}{EJ}\,, \qquad (25)$$

получим $r_{3,4}=\pm\beta i$.

В этом случае решение однородного уравнения (22) имеет следующий вид:

$$w=C_1+C_2x+C_3\cos\beta x+C_4\sin\beta x\,. \qquad (26)$$

Общее решение дифференциального уравнения (21) выражается формулой

$$w=C_1+C_2x+C_3\cos\beta x+C_4\sin\beta x-\frac{q_{y+S_xk_1}}{2\left(S_x-k_1^2EJ\right)}\cdot x^2\,. \qquad (27)$$

Как и в случае сжатия стержня, рассмотрим два варианта закрепления стержня на опорах: а) шарнирное опирание; б) жесткая заделка. Граничные условия для этих вариантов закрепления даны формулами (8) и (9) соответственно.

Расположим начало координат в середине пролёта стержня. Для выполнения условия симметрии для рассматриваемого стержня положим $C_2=C_4=0$ в общем решении (27). Тогда

$$w=C_1+C_3\cos\beta x-\frac{q_y+S_xk_1}{2\left(S_x-k_1^2EJ\right)}\cdot x^2\,. \qquad (28)$$

а) Рассматривая вариант шарнирного опирания, подставим полученное общее решение (28) дифференциального уравнения (21) в граничные условия (8).

Получим:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{\cos\beta x}{\beta^2\cos\frac{\beta l}{2}}+\frac{l^2}{8}-\frac{x^2}{2}\right). \quad (29)$$

Угол поворота деформированной продольной оси трубопровода:

$$\omega_1(x)=\frac{dw}{dx}=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{\sin\beta x}{\beta\cos\frac{\beta l}{2}}-x\right). \quad (30)$$

Изгибающий момент:

$$M_z(x)=-EJ\cdot\frac{d^2 w}{dx^2}=EJ\cdot\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(1-\frac{\cos\beta x}{\cos\frac{\beta l}{2}}\right). \quad (31)$$

Перерезывающая сила:

$$Q_y(x)=-EJ\cdot\frac{d^3 w}{dx^3}=EJ\cdot\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\frac{\beta\sin\beta x}{\cos\frac{\beta l}{2}}. \quad (32)$$

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$ в середине пролета при $x=0$:

$$w(0)=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{1}{\beta^2\cos\frac{\beta l}{2}}+\frac{l^2}{8}\right),\ M_z(0)=EJ\cdot\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(1-\frac{1}{\cos\frac{\beta l}{2}}\right).$$

Найдем значения угла поворота $\omega_1(x)$ и перерезывающей силы $Q_y(x)$ на концах пролета при $x=\pm\frac{l}{2}$:

$$\omega_1\left(\pm\frac{l}{2}\right)=\pm\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{1}{\beta}\cdot\mathrm{tg}\frac{\beta l}{2}-\frac{l}{2}\right),\ Q_y\left(\pm\frac{l}{2}\right)=\pm EJ\cdot\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\beta\,\mathrm{tg}\frac{\beta l}{2}.$$

б) Рассматривая вариант жесткой заделки, подставим полученное общее решение (28) дифференциального уравнения (21) в граничные условия (9). Получим:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l}{2\beta}\cdot\mathrm{ctg}\frac{\beta l}{2}-\frac{l}{2\beta\sin\frac{\beta l}{2}}\cdot\cos\beta x+\frac{l^2}{8}-\frac{x^2}{2}\right). \quad (33)$$

Прогибу (33) соответствуют следующие характеристики изгиба:

$$\omega_1(x)=\frac{dw}{dx}=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l}{2\sin\frac{\beta l}{2}}\cdot\sin\beta x-x\right); \quad (34)$$

$$M_z(x) = -EJ \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(1 - \frac{\beta l}{2} \cdot \frac{\cos \beta x}{\sin \frac{\beta l}{2}}\right); \quad (35)$$

$$Q_y(x) = -EJ \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \frac{\beta^2 l}{2} \cdot \frac{\sin \beta x}{\sin \frac{\beta l}{2}}. \quad (36)$$

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$ в середине пролета при $x = 0$:

$$w(0) = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{l}{2\beta} \cdot \mathrm{ctg} \frac{\beta l}{2} - \frac{l}{2\beta \sin \frac{\beta l}{2}} + \frac{l^2}{8}\right),$$

$$M_z(0) = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(1 - \frac{\beta l}{2} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\beta l}{2}}\right).$$

Найдем значения изгибающего момента $M_z(x)$ и перерезывающей силы $Q_y(x)$ на концах пролета при $x = \pm \frac{l}{2}$:

$$M_z\left(\pm \frac{l}{2}\right) = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(1 - \frac{\beta l}{2} \cdot \mathrm{ctg} \frac{\beta l}{2}\right), \quad Q_y\left(\pm \frac{l}{2}\right) = \pm EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \frac{\beta^2 l}{2}.$$

2. Рассмотрим случай, когда

$$\frac{S_x}{EJ} - k_1^2 = 0. \quad (37)$$

Тогда дифференциальное уравнение (22) примет вид

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = 0.$$

Это уравнение совпадает с однородной частью уравнения изгиба балки на опорах.

Характеристическое уравнение (23) имеет корень $r = 0$ кратности 4.

Общее решение однородного уравнения (22) имеет следующий вид:

$$w = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3. \quad (38)$$

Общее решение дифференциального уравнения (21) в этом случае выражается формулой

$$w = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + \frac{q_y + S_x k_1}{EJ} \cdot \frac{x^4}{24}. \quad (39)$$

Для выполнения условия симметрии для рассматриваемого стержня положим в общем решении (39) $C_2 = C_4 = 0$. Тогда

$$w = C_1 + C_3 x^2 + \frac{q_y + S_x k_1}{EJ} \cdot \frac{x^4}{24} \cdot \tag{40}$$

а) Шарнирное опирание.

Подставляя общее решение (40) в граничные условия (8), получим частное решение дифференциального уравнения (21):

$$w = \frac{q_y + S_x k_1}{EJ} \cdot \left(\frac{x^4}{24} - \frac{x^2 l^2}{16} + \frac{5 l^4}{384} \right) \cdot \tag{41}$$

Найдем угол поворота, изгибные напряжения и перерезывающую силу, которые соответствуют прогибу (41):

$$\omega_1(x) = \frac{dw}{dx} = \frac{q_y + S_x k_1}{EJ} \cdot \left(\frac{x^3}{6} - \frac{x l^2}{8} \right); \tag{42}$$

$$\sigma_M(x) = -\frac{EJ}{W_o} \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q_y + S_x k_1}{W_0} \cdot \left(\frac{l^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right); \tag{43}$$

$$Q_y(x) = -EJ \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = -(q_y + S_x k_1) \cdot x \cdot \tag{44}$$

Здесь W_0 – осевой момент сопротивления поперечного сечения трубы.

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибных напряжений $\sigma_M(x)$ в середине пролета при $x = 0$:

$$w(0) = \frac{q_y + S_x k_1}{EJ} \cdot \frac{5 l^4}{384}, \quad \sigma_M(0) = \frac{q_y + S_x k_1}{W_0} \cdot \frac{l^2}{8}.$$

Найдем значения угла поворота $\omega_1(x)$ и перерезывающей силы $Q_y(x)$ на концах пролета при $x = \pm \frac{l}{2}$:

$$\omega_1\left(\pm \frac{l}{2}\right) = \mp \frac{q_y + S_x k_1}{EJ} \cdot \frac{l^3}{24}, \quad Q_y\left(\pm \frac{l}{2}\right) = \mp (q_y + S_x k_1) \cdot \frac{l}{2}.$$

б) Жесткая заделка.

Подставим теперь общее решение (40) в граничные условия (9). Тогда частное решение дифференциального уравнения (21) имеет вид

$$w = \frac{q_y + S_x k_1}{EJ} \cdot \left(\frac{x^4}{24} - \frac{x^2 l^2}{48} + \frac{l^4}{384} \right) \cdot \tag{45}$$

Найдем угол поворота, изгибные напряжения и перерезывающую силу для найденного значения прогиба:

$$\omega_1(x)=\frac{dw}{dx}=\frac{q_y+S_x k_1}{EJ}\cdot\left(\frac{x^3}{6}-\frac{xl^2}{24}\right); \tag{46}$$

$$\sigma_M(x)=-\frac{EJ}{W_0}\cdot\frac{d^2w}{dx^2}=\frac{q_y+S_x k_1}{W_0}\cdot\left(\frac{l^2}{24}-\frac{x^2}{2}\right); \tag{47}$$

$$Q_y(x)=-EJ\cdot\frac{d^3w}{dx^3}=-\left(q_y+S_x k_1\right)\cdot x\,. \tag{48}$$

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибных напряжений $\sigma_M(x)$ в середине пролета при $x=0$:

$$w(0)=\frac{q_y+S_x k_1}{EJ}\cdot\frac{l^4}{384}\,,\ \sigma_M(0)=\frac{q_y+S_x k_1}{W_0}\cdot\frac{l^2}{24}\,.$$

Найдем значения изгибных напряжений $\sigma_M(x)$ и $Q_y(x)$ на концах пролета при $x=\pm\frac{l}{2}$:

$$\sigma_M\left(\pm\frac{l}{2}\right)=-\frac{q_y+S_x k_1}{W_0}\cdot\frac{l^2}{12}\,,\ Q_y\left(\pm\frac{l}{2}\right)=\mp\left(q_y+S_x k_1\right)\cdot\frac{l}{2}\,.$$

3. Рассмотрим случай, когда

$$\frac{S_x}{EJ}-k_1^2>0\,, \tag{49}$$

тогда корни уравнения $r^2=\frac{S_x}{EJ}-k_1^2$ являются действительными. Обозначив

$$\alpha^2=\frac{S_x}{EJ}-k_1^2 \tag{50}$$

получим $r_{3,4}=\pm\alpha$.

В этом случае решение однородного уравнения (22) имеет следующий вид:

$$w=C_1+C_2x+C_3\operatorname{ch}\alpha x+C_4\operatorname{sh}\alpha x\,, \tag{51}$$

Общее решение дифференциального уравнения (21) выражается формулой

$$w=C_1+C_2x+C_3\operatorname{ch}\alpha x+C_4\operatorname{sh}\alpha x-\frac{q_y+S_x k_1}{2\left(S_x-k_1^2EJ\right)}\cdot x^2\,. \tag{52}$$

Для выполнения условия симметрии для рассматриваемого стержня положим в общем решении (52) $C_2=C_4=0$. Тогда

$$w = C_1 + C_3 \operatorname{ch} \alpha x - \frac{q_y + S_x k_1}{2\left(S_x - k_1^2 EJ\right)} \cdot x^2 . \tag{53}$$

а) Шарнирное опирание.

Подставим общее решение (53) в граничные условия (8), получим систему двух линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} C_1 + C_3 \operatorname{ch} \dfrac{\alpha l}{2} - \dfrac{q_y + S_x k_1}{2\left(S_x - k_1^2 EJ\right)} \cdot \dfrac{l^2}{4} = 0; \\ C_3 \alpha^2 \operatorname{ch} \dfrac{\alpha l}{2} - \dfrac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} = 0 . \end{cases}$$

Здесь неизвестными являются C_1 и C_3. Решив систему, найдем эти неизвестные:

$$C_1 = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{l^2}{8} - \frac{1}{\alpha^2} \right), \quad C_3 = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \frac{1}{\alpha^2 \operatorname{ch} \dfrac{\alpha l}{2}} . \tag{54}$$

Тогда общее решение дифференциального уравнения (21), удовлетворяющее граничным условиям (8), имеет вид:

$$w = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{\operatorname{ch} \alpha x}{\alpha^2 \operatorname{ch} \dfrac{\alpha l}{2}} - \frac{1}{\alpha^2} + \frac{l^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right) . \tag{55}$$

Найдем характеристики НДС трубопровода.

Угол поворота деформированной продольной оси трубопровода:

$$\omega_1(x) = \frac{dw}{dx} = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{\operatorname{sh} \alpha x}{\alpha \operatorname{ch} \dfrac{\alpha l}{2}} - x \right) . \tag{56}$$

Изгибающий момент:

$$M_z(x) = -EJ \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha x}{\operatorname{ch} \dfrac{\alpha l}{2}} \right) . \tag{57}$$

Перерезывающая сила:

$$Q_y(x) = -EJ \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = -EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \frac{\alpha \operatorname{sh} \alpha x}{\operatorname{ch} \dfrac{\alpha l}{2}} . \tag{58}$$

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$ в середине пролета при $x=0$:

$$w(0)=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l^2}{8}-\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\alpha^2 ch\frac{\alpha l}{2}}\right),\ M_z(0)=EJ\cdot\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(1-\frac{1}{\mathrm{ch}\frac{\alpha l}{2}}\right).$$

Найдем значения угла поворота $\omega_1(x)$ и перерезывающей силы $Q_y(x)$ на концах пролета при $x=\pm\frac{l}{2}$:

$$\omega_1\left(\pm\frac{l}{2}\right)=\pm\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{1}{\alpha}\cdot\mathrm{th}\frac{\alpha l}{2}-\frac{l}{2}\right),\ Q_y\left(\pm\frac{l}{2}\right)=\mp EJ\cdot\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\alpha\,\mathrm{th}\frac{\alpha l}{2}.$$

б) Жесткая заделка.

Подставим общее решение (53) в граничные условия (9), получим систему двух линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} C_1+C_3\mathrm{ch}\frac{\alpha l}{2}-\frac{q_y+S_x k_1}{2\left(S_x-k_1^2 EJ\right)}\cdot\frac{l^2}{4}=0; \\ C_3\alpha^2\mathrm{ch}\frac{\alpha l}{2}-\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}=0. \end{cases}$$

Здесь неизвестными являются C_1 и C_3. Решив систему, найдем эти неизвестные:

$$C_1=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l^2}{8}-\frac{1}{\alpha^2}\right),\ C_3=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\frac{1}{\alpha^2\mathrm{ch}\frac{\alpha l}{2}}. \tag{59}$$

Тогда общее решение дифференциального уравнения (21), удовлетворяющее граничным условиям (9), имеет вид:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l}{2\alpha\ \mathrm{sh}\frac{\alpha l}{2}}\cdot\mathrm{ch}\,\alpha x-\frac{l}{2\alpha}\cdot\mathrm{cth}\frac{\alpha l}{2}+\frac{l^2}{8}-\frac{x^2}{2}\right). \tag{60}$$

Найдем следующие характеристики НДС трубопровода.

Угол поворота деформированной продольной оси трубопровода:

$$\omega_1(x)=\frac{dw}{dx}=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l}{2\,\mathrm{sh}\frac{\alpha l}{2}}\cdot\mathrm{sh}\,\alpha x-x\right). \tag{61}$$

Изгибающий момент:

$$M_z(x) = -EJ \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(1 - \frac{\alpha l}{2\,\mathrm{sh}\,\frac{\alpha l}{2}} \cdot \mathrm{ch}\,\alpha x\right). \quad (62)$$

Перерезывающая сила:

$$Q_y(x) = -EJ \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = -EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \frac{\alpha^2 l\,\mathrm{sh}\,\alpha x}{2\,\mathrm{sh}\,\frac{\alpha l}{2}}. \quad (63)$$

Найдем значения прогиба $w(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$ в середине пролета при $x = 0$:

$$w(0) = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{l}{2\alpha\,\mathrm{sh}\,\frac{\alpha l}{2}} - \frac{l}{2\alpha} \cdot \mathrm{cth}\,\frac{\alpha l}{2} + \frac{l^2}{8}\right),$$

$$M_z(0) = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(1 - \frac{\alpha l}{2\,\mathrm{sh}\,\frac{\alpha l}{2}}\right).$$

Найдем значения изгибающего момента $M_z(x)$ и перерезывающей силы $Q_y(x)$ на концах пролета при $x = \pm\frac{l}{2}$:

$$M_z\left(\pm\frac{l}{2}\right) = EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \left(1 - \frac{\alpha l}{2} \cdot \mathrm{cth}\,\frac{\alpha l}{2}\right), \quad Q_y\left(\pm\frac{l}{2}\right) = \pm EJ \cdot \frac{q_y + S_x k_1}{S_x - k_1^2 EJ} \cdot \frac{\alpha^2 l}{2}.$$

Исследование устойчивости стержня

Найдем критическое значение, которое принимает эквивалентное продольное усилие S_x. При этом значении трубопровод теряет устойчивость.

Рассмотрим случай сжатия стержня.

а) Выполним исследование решения (12):

$$w = \frac{q_y + S_x k_1}{S_x + k_1^2 EJ} \cdot \left(\frac{\cos\beta x}{\beta^2 \cos\frac{\beta l}{2}} - \frac{1}{\beta^2} - \frac{l^2}{8} + \frac{x^2}{2}\right).$$

Стержень теряет устойчивость под действием равномерно распределенной вертикальной нагрузки и продольной осевой сжимающей силы, если знаменатель

дроби (12) равен нулю. Другими словами, должно выполняться равенство:

$$\beta^2 \cos\frac{\beta l}{2}=0 . \qquad (64)$$

Решая уравнение (64), получим

$$\beta=0 ; \qquad (65)$$

$$\cos\frac{\beta l}{2}=0 . \qquad (66)$$

Уравнение (65) равносильно уравнению $\sqrt{\frac{S_x}{EJ}+k_1^2}=0$, что противоречит условию $\frac{S_x}{EJ}+k_1^2>0$. Уравнение (66) равносильно следующему:

$$\frac{\beta l}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi n \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots . \qquad (67)$$

Подставляя в равенство (67) значение β по формуле (5), получим

$$S_{x\,кр.}=\left(\frac{\pi^2}{l^2}(2n+1)^2-k_1^2\right)\cdot EJ \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots \qquad (68)$$

При $n=0$ имеем следующее выражение для нахождения $S_{x\,кр.}$:

$$S_{x\,кр.}=\left(\frac{\pi^2}{l^2}-k_1^2\right)\cdot EJ . \qquad (69)$$

б) Выполним исследование решения (17):

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x+k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l\cos\beta x}{2\beta\sin\frac{\beta l}{2}}-\frac{l}{2\beta}\cdot\mathrm{ctg}\frac{\beta l}{2}-\frac{l^2}{8}+\frac{x^2}{2}\right).$$

В случае жесткой заделки стержня на его концах сам стержень теряет устойчивость при выполнении условия:

$$\beta\ \sin\frac{\beta l}{2}=0 \cdot \qquad (70)$$

Решая уравнение (70), получим

$$\beta=0 . \qquad (71)$$

$$\sin\frac{\beta l}{2}=0 . \qquad (72)$$

Уравнение (71) имеет решение, аналогичное уравнению (65): $\sqrt{\frac{S_x}{EJ}+k_1^2}=0$, что противоречит условию $\frac{S_x}{EJ}+k_1^2>0$. Тригонометрическое уравнение (72)

имеет следующее решение:

$$\frac{\beta l}{2}=\pi n \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots . \tag{73}$$

Подставляя в равенство (73) значение $\beta=\sqrt{\frac{S_x}{EJ}+k_1^2}$, получим

$$S_{x\,кр.}=\left(\frac{4\pi^2 n^2}{l^2}-k_1^2\right)\cdot EJ \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots . \tag{74}$$

При $n=1$ имеем следующее выражение для нахождения $S_{x\,кр.}$:

$$S_{x\,кр.}=\left(\frac{4\pi^2}{l^2}-k_1^2\right)\cdot EJ . \tag{75}$$

Отметим следующее: если трубопровод состоит только из прямолинейных труб, т.е. начальная кривизна k_1 равна нулю, то формулы (69) и (75) совпадают с формулами, данными в работе [1] для нахождения критического значения осевой сжимающей силы $S_{x\,кр.}$ при этом значении k_1.

Рассмотрим случай растяжения стержня.

1. Пусть выполняется условие

$$\frac{S_x}{EJ}-k_1^2<0 . \tag{76}$$

а) Выполним исследование решения (29) для варианта шарнирного опирания:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{\cos\beta x}{\beta^2\cos\frac{\beta l}{2}}+\frac{l^2}{8}-\frac{x^2}{2}\right).$$

Стержень теряет устойчивость при выполнении равенства:

$$\beta^2\cos\frac{\beta l}{2}=0 . \tag{77}$$

Решая уравнение (77), получим

$$\beta=0 ; \tag{78}$$

$$\cos\frac{\beta l}{2}=0 . \tag{79}$$

Решая уравнение (78), получим $\frac{S_x}{EJ}-k_1^2=0$, что противоречит условию $\frac{S_x}{EJ}-k_1^2<0$.

Из уравнения (79) следует, что в этом случае прогиб стержня, определяемый формулой (29), неограниченно возрастает. Стержень будет терять устойчивость под действием осевой растягивающей силы S_x . Найдем критическое значение этой силы, решив уравнение (79):

$$\frac{\beta l}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi n \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots . \tag{80}$$

Подставляя в равенство (80) значение β по формуле (25), получим

$$S_{x\,кр.}=\left(k_1^2-\frac{\pi^2}{l^2}(2\mathrm{n}+1)^2\right)\cdot EJ \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots . \tag{81}$$

При $n=0$ имеем следующее выражение для нахождения $S_{x\,кр.}$:

$$S_{x\,кр.}=\left(k_1^2-\frac{\pi^2}{l^2}\right)\cdot EJ . \tag{82}$$

б) Выполним исследование решения (33) для варианта жесткой заделки:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l}{2\beta}\cdot\mathrm{ctg}\frac{\beta l}{2}-\frac{l}{2\beta\ \sin\frac{\beta l}{2}}\cdot\cos\beta\ x+\frac{l^2}{8}-\frac{x^2}{2}\right) .$$

Стержень теряет устойчивость, если выполняется условие:

$$\beta\ \sin\frac{\beta l}{2}=0 . \tag{83}$$

Уравнение (83) равносильно следующей совокупности двух уравнений:

$$\left[\begin{array}{l}\beta=0;\\ \sin\frac{\beta l}{2}=0 .\end{array}\right. \tag{84}$$

Первое уравнение этой совокупности не имеет решений, так как по условию $\frac{S_x}{EJ}-k_1^2<0$. Второе уравнение совокупности (84) имеет решение:

$$\frac{\beta l}{2}=\pi n \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots . \tag{85}$$

Подставляя в равенство (85) значение $\beta=\sqrt{k_1^2-\frac{S_x}{EJ}}$, получим

$$S_{x\,кр.}=\left(k_1^2-\frac{4\pi^2 n^2}{l^2}\right)\cdot EJ \text{, где } n=0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \ldots . \tag{86}$$

При $n=1$ имеем следующее выражение для нахождения $S_{x\,кр.}$:

$$S_{x\,кр.}=\left(k_1^2-\frac{4\pi^2}{l^2}\right)\cdot EJ\,. \tag{87}$$

2. Пусть выполняется условие

$$\frac{S_x}{EJ}-k_1^2=0\,. \tag{88}$$

В этом случае как для шарнирного опирания концов стержня, так и для жесткой заделки сам стержень не теряет устойчивости под действием силы S_x.

3. Пусть выполняется условие

$$\frac{S_x}{EJ}-k_1^2>0\,. \tag{89}$$

а) Выполним исследование решения (55) для варианта шарнирного опирания:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{\operatorname{ch}\alpha x}{\alpha^2\operatorname{ch}\frac{\alpha l}{2}}-\frac{1}{\alpha^2}+\frac{l^2}{8}-\frac{x^2}{2}\right).$$

Стержень теряет устойчивость, если знаменатель дроби (55) равен нулю. Другими словами, должно выполняться равенство:

$$\alpha^2\operatorname{ch}\frac{\alpha l}{2}=0\,. \tag{90}$$

Решая уравнение (90), получим

$$\alpha=0\,; \tag{91}$$

$$\operatorname{ch}\frac{\alpha l}{2}=0\,. \tag{92}$$

Уравнение (91) равносильно следующему: $\sqrt{\frac{S_x}{EJ}-k_1^2}=0$. Это противоречит условию $\frac{S_x}{EJ}-k_1^2>0$. Значит $\alpha\neq 0$.

Областью значений функции $y=\operatorname{ch}t$ является луч $[1;+\infty)$, поэтому уравнение (92) не имеет решений. Это означает, что стержень в этом случае не теряет устойчивость под действием осевой силы S_x.

б) Выполним исследование решения (60) для варианта жесткой заделки:

$$w=\frac{q_y+S_x k_1}{S_x-k_1^2 EJ}\cdot\left(\frac{l}{2\alpha\,\operatorname{sh}\frac{\alpha l}{2}}\cdot\operatorname{ch}\alpha x-\frac{l}{2\alpha}\cdot\operatorname{cth}\frac{\alpha l}{2}+\frac{l^2}{8}-\frac{x^2}{2}\right).$$

Приравняв к нулю знаменатель выражения, заданного формулой (60), получим:

$$\alpha \operatorname{sh} \frac{\alpha l}{2} = 0 . \qquad (93)$$

Уравнение (93) равносильно следующей совокупности двух уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} \alpha = 0; \\ \operatorname{sh} \frac{\alpha l}{2} = 0 . \end{array} \right. \qquad (94)$$

Первое уравнение этой совокупности не имеет решений, так как по условию $\frac{S_x}{EJ} - k_1^2 > 0$. Второе уравнение совокупности (94) имеет единственное решение $\frac{\alpha l}{2} = 0$, откуда $\alpha = 0$. Заменяя α по формуле (50), имеем $\frac{S_x}{EJ} - k_1^2 = 0$, что опять-таки противоречит условию $\frac{S_x}{EJ} - k_1^2 > 0$. Значит, стержень в этом случае не теряет устойчивость под действием осевой силы S_x.

Пример расчета и анализ полученных результатов

Приведем пример расчета НДС трубопровода с кривыми выпуклыми вставками на переходе с длиной надземной части $l = 24$ м при следующих данных:

1) внутреннее рабочее давление $p_0 = 7{,}5$ МПа;

2) перепад температуры эксплуатации $\Delta t = 40$ ºС.

3) радиус кривизны выпуклой вставки $\rho_0 = 180$ м.

Результаты расчета НДС перехода изложим в трех вариантах постановки задачи.

1. Изгиб трубопровода под действием собственного веса с продуктом, с учетом дополнительного изгиба, вызываемого воздействием внутреннего рабочего давления и температурных напряжений.

2. Изгиб трубопровода под действием собственного веса с продуктом с пренебрежением воздействия внутреннего рабочего давления и температурных напряжений.

3. Изгиб трубопровода, который растягивается под воздействием внутреннего давления на закрытую задвижку (заглушку).

В данном примере рассматривается случай жесткой заделки концов стержня на опорах.

Максимальные значения прогиба и изгибных напряжений от пролетных и опорных изгибающих моментов для трех вариантов постановки задачи представим в табл. 1.

Таблица 1

Вариант постановки задачи	Прогиб, см	Изгибные напряжения, МПа	
		от пролетных изгибающих моментов	от опорных изгибающих моментов
1	$ws(0)=-0{,}4$	$msz(0)=11{,}2$	$msz\left(\pm\frac{l}{2}\right)=-21{,}5$
2	$wy(0)=-2{,}7$	$myz(0)=79$	$myz\left(\pm\frac{l}{2}\right)=-158$
3	$wb(0)=-4{,}7$	$mbz(0)=136{,}6$	$mbz\left(\pm\frac{l}{2}\right)=-282{,}8$

Далее представим эпюры основных характеристик НДС трубопровода с кривыми выпуклыми вставками: поперечной силы, изгибных напряжений, угла поворота продольной оси трубы и прогиба для приведенных трех вариантов задачи.

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния трубопровода подтверждают основные зависимости, которые присущи характеристикам продольно-поперечного изгиба стержня.

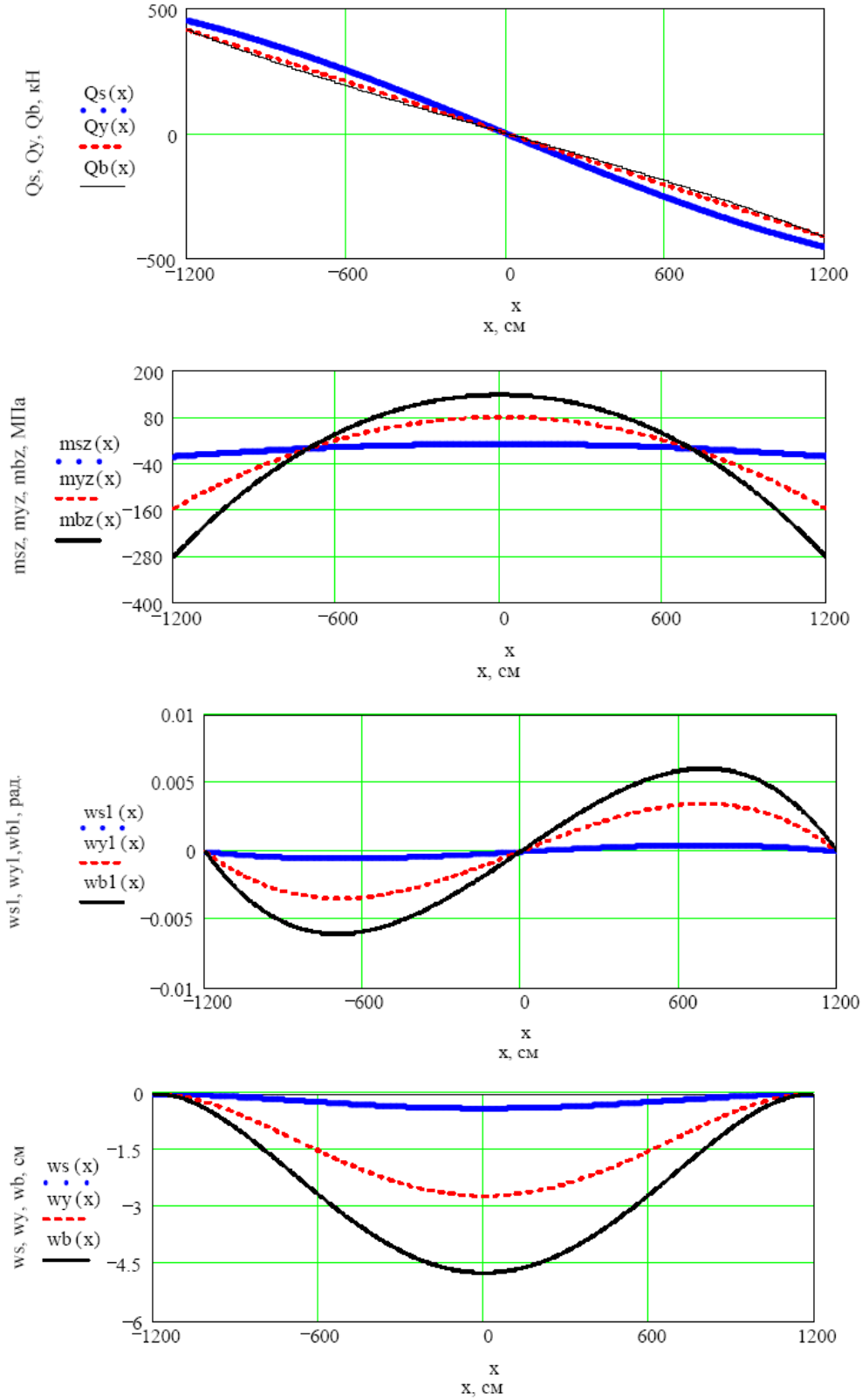

Рис. 1. Расчет основных характеристик НДС трубопровода, составленного из выпуклых вставок ($l=24$ м, $\rho_0=180$ м, $p_0=7{,}5$ МПа, $\Delta t=40$ °С):
а) поперечная сила; б) изгибные напряжения;
в) угол поворота продольной оси трубы; г) прогиб

Литература

1. Шаммазов А.М., Зарипов Р.М., Чичелов В.А., Коробков Г.Е. Расчет и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях. Т.1. М.: Интер, 2005. 706 с.

2. Коробков Г.Е., Зарипов Р.М., Шаммазов И.М. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов и резервуаров в осложненных условиях эксплуатации. СПб.: Недра, 2009. 409 с.

3. Светлицкий В.А. Механика трубопроводов и шлангов. М.: Машиностроение, 1982. 280 с.

4. Айнбиндер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра, 1982. 340 с.

UDC 622.92(07)

USE OF THE EQUATIONS OF THE CORE BEND FOR RESEARCH OF DEFLECTED MODE AND STABILITY OF THE PIPELINE WITH CURVE INSERTS

R.B. Masalimov, R.M. Zaripov

Ufa State Petroleum Technological University ,
Ufa, Russia, e-mail: masalimovrb@mail.ru

Abstract. *The underground pipeline of any diameter has the curvilinear sites formed by bends in vertical and horizontal planes. With growth of diameters of the main pipelines extent of the sites which are under the influence of temperature pressure and internal working pressure increases. It causes an additional bend of the pipeline that is accompanied by loss of its stability. The equation for research of deflected mode and stability of the pipeline made of curve convex and concave inserts with given curvature in case of absence of its interaction with a ground is deduced. The example of calculation is considered and the analysis of the received results is carried out.*

Keywords: *pipeline, curve convex and concave inserts, curvature of the pipeline, deflected mode and stability of pipeline*

References

1. Shammazov A.M., Zaripov R.M., Chichelov V.A., Korobkov G.E. Raschet i obespechenie prochnosti truboprovodov v slozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviyakh. Tom 1. Chislennoe modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i ustoichivosti truboprovodov (Calculation and to ensure the safety of pipelines in difficult engineering and geological conditions: in 2 volumes. Vol. 1. Numerical simulation of stress-strain state and stability of pipelines). Moscow, Inter, 2005. 706 p.

2. Korobkov G.E., Zaripov R.M., Shammazov I.M. Chislennoe modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i ustoichivosti truboprovodov i rezervuarov v oslozhnennykh usloviyakh ekspluatatsii (Numerical simulation of stress-strain state and stability of pipes and tanks in complicated conditions). SpB, Nedra, 2009. 409p.

3. Svetlitskii V.A. Mekhanika truboprovodov i shlangov (Mechanics of pipes and hoses). Moscow: Mashinostroenie, 1982. 280 p.

4. Ainbinder A.B., Kamershtein A.G. Raschet magistral'nykh truboprovodov na prochnost' i ustoichivost' (The calculation of pipelines on the strength and stability). Moscow, Nedra, 1982. 340 p.