

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАЗОВАНИЯ И ОБНАРУЖЕНИЯ УТЕЧЕК В ТРУБОПРОВОДАХ

Лаптева Т.И.
ООО «ВНИИГАЗ»

В статье рассматриваются модели образования утечек и критерии их обнаружения. Рассмотрены и исследованы простые случаи образования только скачка скорости или скачка давления.

В работе [1] была получена система уравнений, позволяющая обнаружить появление малых утечек при неустановившихся режимах течения жидкости за счет изменения параметров распространения волн разрежения в трубопроводе до и после образования трещины. В данной статье рассматриваются модели образования утечек и критерии их обнаружения.

Пусть в теле трубопровода [1] появилась трещина достаточной толщины, при которой разность давлений внутри и вне трубопровода может протолкнуть жидкость. Пленка жидкости, заполняющая трещину, находится под воздействием межмолекулярных сил между стенкой и жидкостью и давлением P , называемым расклинивающим [2]. Оно обратно пропорционально кубу толщины пленки δ :

$$P \sim \delta^{-3}$$

Для лиофобных поверхностей действию расклинивающего давления приписывают знак минус. При положительном расклинивающем давлении (для лиофильных поверхностей) образование тонкой трещины и попадание в нее жидкости способствует дальнейшему росту трещины и увеличению ее ширины до тех пор, пока не появится утечка. Это малоисследованное явление называется капиллярным эффектом второго рода [4].

При появлении сквозной трещины на границе раздела жидкость - внешняя среда возникает дополнительная разность давлений, связанная с кривизной поверхности раздела фаз – капиллярный эффект первого рода. В общем случае перепад давления на границе раздела фаз будет равен [3]:

$$\Delta p = \Delta p_{\sigma} + \Delta p_n, \quad (1)$$

где Δp_n – расклинивающее давление, Δp_{σ} - перепад давления, обусловленный

кривизной поверхности жидкости и определяемый по формуле Лапласа

$$\Delta p_{\sigma} = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (2)$$

где σ - коэффициент поверхностного натяжения, r_1 и r_2 - радиусы кривизны поверхности. В случае трещины $r_2 \rightarrow \infty$, поэтому $\Delta p_{\sigma} = \frac{\sigma}{2a}$, где a - полуширина трещины.

Практически важным с точки зрения обнаружения утечек является ширина трещины, при которой начинается утечка. В опытах с вытеснением нефти из песчаников установлено [4], что течение возникает, если капиллярное число N_{σ} , равное отношению гидродинамических сил к капиллярным

$$N_{\sigma} = \frac{a^2 \text{grad} p}{\sigma} \sim \frac{a^2 p^*}{\sigma h}, \quad (3)$$

где p^* - избыточное давление, становится больше 10^{-4} .

Если принять $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-3}$ Н/м, $h = 6 \cdot 10^{-3}$ м, $p^* = 5 \cdot 10^5$ Па, минимальную полуширину трещины a_{\min} можно определить из неравенства

$$a_{\min} \geq \sqrt{\frac{N_{\sigma} \sigma h}{p^*}} = 2,96 \cdot 10^{-8} \text{ м} \quad (4)$$

При малых размерах на жидкость внутри трещины действуют три силы: гидростатического давления, тяжести и капиллярного давления, причем первые две из них постоянны, а третья тем больше, чем меньше величина a . Под воздействием этих сил жидкость внутри трещины приходит в ускоренное движение. Уравнение течения жидкости в капилляре имеет вид [3]:

$$\frac{d^2 L}{dt^2} + \frac{1}{L} \left(\frac{dL}{dt} \right)^2 + \frac{8\eta}{a^2 \rho} \frac{dL}{dt} + g \sin \alpha - \frac{2\sigma \cos \theta}{a \rho L} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dL} = 0, \quad (5)$$

где L - длина столба жидкости, α - угол наклона оси трещины к горизонту, ρ - плотность жидкости, θ - угол смачивания. В связи с тем, что $\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dL} \gg g$, первый

и второй члены малы, а капиллярные силы и силы давления направлены в одну сторону, получим скорость движения столба жидкости

$$w = \frac{dL}{dt} = \frac{a^2}{8\eta} \left(\frac{2\sigma \cos \theta}{aL} + \frac{dp}{dL} \right) \quad (6)$$

Когда высота столба равна длине $h = L$ и $\cos\theta = 1$, скорость движения столба жидкости равна

$$w = \frac{a^2}{8\eta h} \left(\frac{2\sigma}{a} + p^* \right) \quad (7)$$

Уравнение (7) показывает, что вклад капиллярных сил в движение жидкости в трещине с ростом a уменьшается. Движение полностью определяется гидродинамическими силами, если $\frac{2\sigma}{a} \ll p^*$. Определим, например, полуширину

щели $a_{кр}$, когда силы давления превышают капиллярные на порядок, то есть

$$\frac{20\sigma}{a} = p^*. \text{ Тогда } a_{кр} = \frac{20\sigma}{p^*}. \text{ При принятых ранее условиях } (p^* = 5 \cdot 10^5 \text{ Па, } \sigma =$$

$73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м})$ получим $a_{кр} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Величина скорости потока внутри трещины в случае дизтоплива с $\eta = 3850 \cdot 10^{-6} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $h = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и $p^* = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, согласно (8) составит

$$w_{кр} \cong 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} \quad (8)$$

Соответствующая полудлина щели равна $l_{0кр} \cong 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, тогда величина утечек будет составлять

$$Q_{кр} = 4 \cdot w_{кр} \cdot l_{0кр} \cdot a_{кр} \cong 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{с} \quad (9)$$

Это значение утечек слишком мало, чтобы его обнаружить по воздействию на гидродинамические параметры потока в трубопроводе. Следовательно, при исследовании процессов обнаружения утечек влиянием капиллярных сил можно пренебречь.

С учетом отмеченного задачу обнаружения и определения величины утечек переформулируем следующим образом: определить величину утечек при известных параметрах изменений полуширины трещины $a = a(t)$ и избыточного давления в трубопроводе p^* . В этом случае задача сводится к расчету w в зависимости от L и a в предположении, что p^* остается неизменным. (В действительности, конечно, давление в жидкости вблизи трещины не остается постоянным, а снижается, создавая в трубопроводе разряжение, которое будет распространяться вверх и вниз по течению).

Так как масса жидкости, заключенная в объеме трещины, мала, то будут малы и инерционные силы, действующие на эту массу, поэтому силы давления

будут уравновешиваться исключительно силами трения. Это означает, что для исследования течения в трещине можно использовать квазистационарный подход. Следовательно, имеет место соотношение

$$-\frac{\partial p^*}{\partial r} = \lambda \frac{\rho w^2}{2D_3}, \quad (10)$$

где w – осредненная по сечению скорость в трещине, λ – коэффициент гидравлического сопротивления, D_3 – гидравлический радиус, равный $\frac{4S}{P}$, где P – периметр, S – площадь.

Трещину рассматриваем в виде прямоугольника, малая сторона которого близка к нулю, поэтому гидравлический радиус равен: $D_3 = 4 \cdot a$. При ламинарном движении можно записать [6]:

$$\lambda = \frac{96}{\text{Re}}, \quad (11)$$

где $\text{Re} = \frac{wD_3}{\nu}$ – число Рейнольдса.

Тогда согласно (10) осредненная по сечению скорость в трещине будет равна

$$w^* = \frac{P^*}{3\rho h \nu} a^2 \quad (12)$$

Соответственно, величина утечки будет составлять

$$Q = 4w^* aL = 8 \cdot 10^3 \frac{P^*}{3\rho h \nu} a^4 \quad (13)$$

Выражения (12), (13) показывают, что w и Q весьма существенно зависят от полуширины трещины. Если ширина трещины является линейной функцией от времени, например, $a = k \cdot t$, то величина утечки уже зависит от времени в степени t^4 .

При турбулентном режиме течения в трещине коэффициент гидравлического сопротивления определяется по формуле Блазиуса

$$\lambda = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0.25} \quad (14)$$

Откуда

$$w^* = 7.73 \cdot \left(\frac{p^*}{3\rho h} \right)^{0.57} v^{0.143} a^{0.714} \quad (15)$$

Из этого выражения видно, что появление турбулентности существенно замедляет рост w и Q с увеличением a .

Рассмотрим эффекты, возникающие в трубопроводе при появлении утечек. Экспериментальные сведения, характеризующие процессы формирования трещин, в литературе не обнаружены. Однако, известно, что рост усталостной трещины происходит мелкими скачками, а скорость ее роста, в первую очередь, зависит от числа циклов нагружения, величины нагрузки, свойств материала и определяется так называемой формулой Пэриса [7]:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{[1 - C_1(\Delta\sigma)^4 L_0 n]} \quad (16)$$

где n - число циклов нагружения, $\Delta\sigma$ - разность между максимальным и минимальным напряжениями, C_1 - константа, характеризующая данное изделие. Из (16) при значениях $C_1(\Delta\sigma)^4 L_0 n \ll 1$ вытекает, что длина трещины линейно растет при увеличении числа циклов нагружения, то есть от времени $a = k \cdot t$. Через некоторый промежуток времени τ достигается максимальная полуширина a_{max} и рост трещины прекращается (рис. 1).

Рассматривая гидродинамическое излучение трещины, для упрощения математической модели реальная трещина заменяется круговым сечением с диаметром D_3 , так как задача излучения звука щелью, расположенной на цилиндрической стенке трубопровода, приводит к сложным для анализа выражениям.

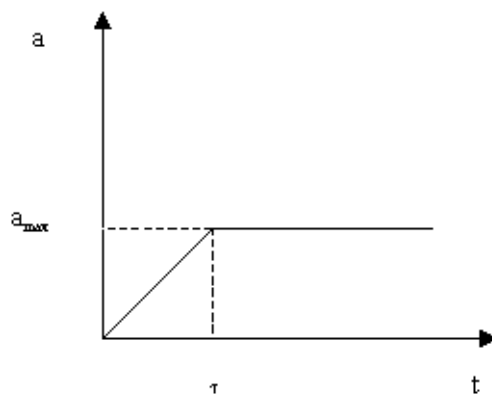


Рисунок 1. Рост трещины

Проведем внутри трубы полусферическую поверхность диаметром D_3 (рис. 2). На расстояниях, сравнимых с D_3 , жидкость можно считать несжимаемой, поэтому взамен уходящего потока $Q(t)$ через полусферическую поверхность будет втекать равный ему поток жидкости

$$0,5 \pi D_3^2 w = Q(t) \quad (17)$$

По жидкости начнет распространяться волна разрежения, фронт которой вначале близок по форме к сферической. Зависимость скорости по радиусу сечения будет иметь вид

$$w = -\frac{1}{2\pi r^2} Q(t) \quad (18)$$

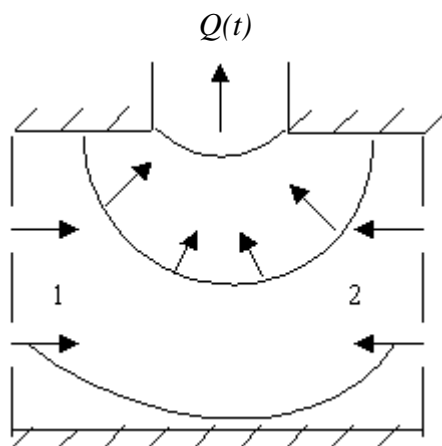


Рисунок 2. К излучению отверстия

Полагая, что поток вблизи отверстия имеет сферическую симметрию, получаем, что осредненная по сечению скорость в трещине в сферических координатах равна $w_\varphi = 0$, $w_\theta = 0$, $w_r = w(r)$. Тогда, пренебрегая влиянием стенок, можно записать

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} \quad (19)$$

Зная скорость потока, легко по (19) вычислить градиент давления $\frac{\partial p}{\partial r}$:

Действительно, подставим в (19) значение скорости из (18):

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \cong \frac{1}{2\pi r^2} Q + \frac{1}{2\pi^2 r^5} Q^2$$

Интегрируя это выражение, получим

$$p = C(t) - \frac{\rho Q}{2\pi r} - \frac{\rho}{8\pi^2 r^4} Q^2 \quad (20)$$

Константу интегрирования можно определить из следующих соображений. При неограниченном росте r давление должно стремиться к нулю, поэтому $C = 0$. Квадратичный член вносит заметный вклад лишь на расстояниях, сравнимых с размерами отверстия, следовательно, на расстояниях порядка диаметра трубопровода его можно не учитывать. Действительно, если $D_3 = 10^{-4}$ м, $D = 0,3$ м, то к моменту прихода волны до противоположной стенки этот член успевает уменьшиться в $8 \cdot 10^{13}$ раз. На поверхности полусферы будем иметь

$$p_m = -\frac{\rho Q}{\pi D_3} - \frac{2\rho Q^2}{\pi^2 D_3^4} \quad (21)$$

Реальная картина, конечно, будет существенно отличаться из-за влияния стенок. Вместе с тем, на расстояниях, больших по сравнению с размерами трещины, в сечениях 1 и 2 (рис. 2) появляются две волны разрежения с одинаковыми амплитудами и с противоположно направленными скоростями частиц. Исключая вязкие потери, энергия волны, пересекающей сечения 1 и 2, будет равна энергии волны, образующейся на полусфере.

Согласно (21) вблизи трещины давление волны определяется двумя слагаемыми, величина которых на больших расстояниях существенно изменяется. На расстояниях больше диаметра трубопровода вторым членом в правой части (21) можно пренебречь. Амплитуду этой волны в сечениях 1 и 2 можно найти, если выбрать сферу такого радиуса r_3 , чтобы поверхность была равна двум сечениям трубопровода. Тогда можно записать $4\pi r_3^2 = \frac{\pi D^2}{2}$, откуда $r_3 = \frac{D}{2\sqrt{2}}$ и,

$$p = \frac{\rho Q}{2\pi r_3} = -\frac{\sqrt{2}\rho Q}{\pi D} \quad (22)$$

Поступая аналогичным образом, из (18) можно получить

$$w = -\frac{4Q}{\pi D^2} \quad (23)$$

Полученные формулы полностью определяют состояние потока внутри трубопровода в месте утечки, при этом трещина генерирует две волны – волну

давления (22) и волну скорости (23), распространение которых приводят к принципиально разным результатам.

Поэтому весьма важно выяснить условия, при которых будут существовать либо обе волны, либо какая-то одна. Допустим, что утечка Q образовалась за время τ . Тогда к месту измерения, расположенному на расстоянии x от трещины, с запаздыванием на $\frac{x}{c}$, придет головное значение волны давления, равное

$$p_1^* = -\frac{\sqrt{2}}{\pi D} \rho Q \tau e^{-\frac{ax}{c}} \quad (24)$$

Одновременно с волной давления в ту же точку придет и волна скорости с головным значением

$$w^* = -\frac{4Q}{\pi D^2} e^{-\frac{ax}{c}} \quad (25)$$

На датчик давления, в соответствии с известным законом Жуковского $p = \rho c w$, будет оказано давление

$$p_2^* = -\frac{4\rho c Q}{\pi D^2} e^{-\frac{ax}{c}} \quad (26)$$

Отношение $\frac{p_1^*}{p_2^*}$ показывает, какой из параметров оказывает большее воздействие на величину утечки.

$$\frac{p_1^*}{p_2^*} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{D}{\tau} \quad (27)$$

Из (27) следует, что критерием, определяющим вид волны, является величина $\frac{D}{\tau}$: если $\frac{D}{\tau} \ll 1$, то можно говорить, что появление утечки сопровождается формированием волны скорости и справедливо выражение (28) если же наоборот, $\frac{D}{\tau} \gg 1$, то формируется волна давления и справедливо выражение (29).

$$p(x,t) = \rho c \begin{cases} 0,0 \leq t < \frac{x}{c} \\ \Psi\left(t - \frac{x}{c}\right) e^{-a\frac{x}{c}} + a \int_{\frac{x}{c}}^t \Psi(t-\tau) e^{-a\tau} \left[\frac{\mathcal{I}_1\left(a\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}} + I_0\left(a\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right) \right] d\tau, t \geq \frac{x}{c} \end{cases} \quad (28)$$

$$w(x,t) = \begin{cases} 0,0 \leq t < \frac{x}{c} \\ \Psi\left(t - \frac{x}{c}\right) e^{-a\frac{x}{c}} + a \frac{x}{c} \int_{\frac{x}{c}}^t \Psi(t-\tau) e^{-a\tau} \frac{I_1\left(a\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}} d\tau, t \geq \frac{x}{c} \end{cases}$$

$$p(x,t) = \begin{cases} 0,0 \leq t < \frac{x}{c} \\ \varphi\left(t - \frac{x}{c}\right) e^{-a\frac{x}{c}} + a \frac{x}{c} \int_{\frac{x}{c}}^t \varphi(t-\tau) e^{-a\tau} \frac{I_1\left(a\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}} d\tau, t \geq \frac{x}{c} \end{cases} \quad (29)$$

$$\rho c w(x,t) = \begin{cases} 0,0 \leq t < \frac{x}{c} \\ \varphi\left(t - \frac{x}{c}\right) e^{-a\frac{x}{c}} + a \int_{\frac{x}{c}}^t \varphi(t-\tau) e^{-a\tau} \left[\frac{\mathcal{I}_1\left(a\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}} - I_0\left(a\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}\right) \right] d\tau, t \geq \frac{x}{c} \end{cases}$$

При условии $0,1 < \frac{p_1^*}{p_2} < 10$ учитываются обе волны. Тогда при $\tau < 3,54 \cdot 10^{-2} \frac{D}{c}$ к

датчику приходит только волна давления, а при $\tau > 3,54 \frac{D}{c}$ - только волна

скорости. При диаметре трубопровода равному 1 м, скорости звука в жидкости – 1000 м/с, даже достаточно быстрое образование трещины, порядка $3 \cdot 10^{-3}$ с, сопровождается формированием волны скорости. Для формирования волны давления процесс образования трещины должен носить взрывной характер: это время – порядка нескольких микросекунд.

Рассмотрим следующие случаи.

1. Пусть выполнено условие $\frac{D}{\tau} \gg 1$. В этом случае можно говорить лишь об образовании скачка давления. Тогда справедливы выражения (21) из [1]. Исследуем их свойства.

На рис. 3 а, б представлены графики зависимостей $\frac{p}{p_0}$ (а) и $\frac{\rho c w}{p_0}$ (б) от времени, где p_0 – амплитуда скачка давления в сечении $x = 0$, p – давление, w – скорость частиц среды, для $\frac{x}{c} = 20$ с и $a = 0,249$ с⁻¹.

Из рисунков видно, что в момент $t = \frac{x}{c}$ амплитуда волны составляет $e^{-\frac{ax}{c}}$ (часть от первоначального скачка давления), достигая при $t \rightarrow \infty$ значения $|p_0|$. Что касается скорости потока, то она в соответствии с формулой Жуковского при $t = \frac{x}{c}$ равна $\frac{p_0}{\rho c} e^{-\frac{ax}{c}}$. В дальнейшем при $t \rightarrow \infty$ $w \rightarrow 0$.

2. Пусть теперь выполнено условие $\frac{D}{\tau} \ll 1$, то есть образуется скачок скорости. Тогда справедливы выражения (22) из [1]. На рис. 4 а, б представлены графики зависимостей $\frac{w}{w_0}$ (а) и $\frac{p}{\rho c w_0}$ (б) от времени для $t = \frac{x}{c}$ до 20 с и $a = 0,249$ с⁻¹, где w_0 – величина скачка скорости в сечении $x = 0$.

Из рисунков следует, что в момент $t = \frac{x}{c}$, по-прежнему, выполняется закон Жуковского. Однако, в последующие моменты времени поведение характеристик потока – давление и скорость - начинает отличаться от предыдущего. С течением времени величина скачка скорости достигает первоначального значения при $t \rightarrow \infty$. В тоже время величина скачка давления неограниченно уменьшается. В этом состоит принципиальное отличие этих двух случаев.

В общем случае, когда при возникновении утечки образуются волны скорости и давления, решение будет заключаться в суперпозиции этих волн.

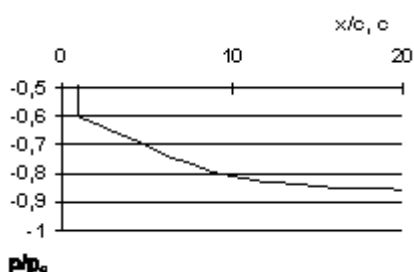


Рисунок 3а. Зависимость p/p_0 от времени ($x/c = 20$ с и $a = 0,249$ с⁻¹)

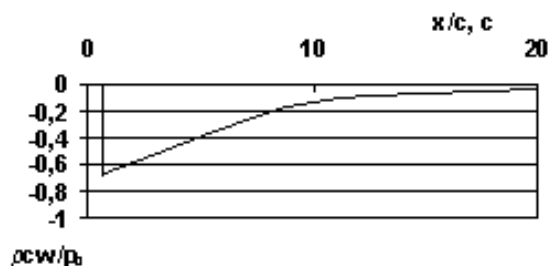


Рисунок. 3б. Зависимость $\rho cv/p_0$ от времени ($x/c = 20$ с и $a = 0,249$ с⁻¹)

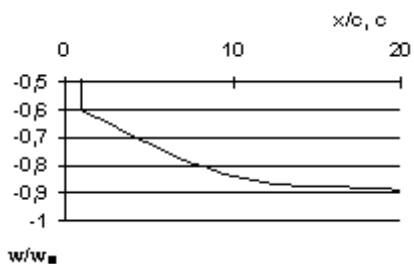


Рисунок 4а. Зависимость w/w_0 от времени ($x/c = 20$ с и $a = 0,249$ с⁻¹)

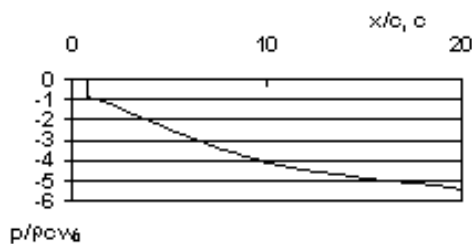


Рисунок 4б. Зависимость $p/\rho cv_0$ от времени ($x/c = 20$ с и $a = 0,249$ с⁻¹)

Литература

1. Лаптева Т.И., Мансуров М.Н. Обнаружение утечек при неустановившемся течении в трубах// Нефтегазовое дело, 2006. http://www.ogbus.ru/authors/Lapteva/Lapteva_1.pdf - 15 с.
2. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981. – 417 с.
3. Лыков А.В. Тепломассообмен. Справочник. – М.: Энергия, 1972. – 500 с.
4. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. Часть II. – М.: Наука, 1987. – 359 с.
5. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: Недра, 1975. – 300 с.
6. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.
7. Керштейн И.М., Ключников В.Д. Ломакин Е.В., Шестериков С.А. Основы экспериментальной механики разрушения. – М.: Изд-во МГУ, 1989, - 140 с.