

РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА ANSYS

Е.Г. Андреева, д.т.н., доцент; С.П. Шамец, к.т.н., доцент;
Д.В. Колмогоров, аспирант
г. Омск, Омский государственный технический университет

1. Введение

Наличие компьютеров с большой ресурсной емкостью по объему памяти и быстродействию и новых программных средств расширяет возможности в постановке вычислительных задач, а также по улучшению учебно-методической базы для работы со студентами и аспирантами. Для решения разнообразных электротехнических задач, главным образом полевых, т.е. для исследования распределения магнитного поля (вектора магнитной индукции, вектора напряженности и магнитного векторного потенциала), а также основных электромагнитных характеристик (индуктивности и электромагнитной силы) электротехнических устройств и систем может использоваться программный пакет ANSYS.

В Омском государственном техническом университете для проведения лабораторных, практических и расчетных работ по курсу теоретические основы электротехники, часть третья «Электромагнитное поле» разработано учебное пособие «Конечно-элементный анализ стационарных магнитных полей с помощью программного пакета ANSYS». В пособии на примере электромагнитного двигателя (ЭМД) в приводе микрокомпрессора приведено решение плоскопараллельной магнитостатической задачи, осесимметричной магнитостатической задачи для линейной и нелинейной областей моделирования, трехмерной магнитостатической задачи. Рассмотрены все этапы решения задачи, начиная с ее постановки, затем: построение модели (препроцессирование), решение, анализ результатов (постпроцессирование). В приложениях приведены основные функции пакета для задания свойств магнитных материалов, разбиения модели конечными элементами (КЭ), описания типов КЭ для электромагнитного анализа, просмотра данных на этапах решения задачи, получения анимации.

Пакет ANSYS представляет собой совокупность программных кодов, построенных по методу конечных элементов (МКЭ) для решения большого круга инженерных задач. При помощи пакета ANSYS можно производить расчёты задач различной физической природы (прочность, распространение тепла, механика жидкостей и газов, электромагнетизм и т.д.). Пакет поставляется в различных конфигурациях, которые могут иметь ограничения как по характеру решаемых задач, так и по вычислительному потенциалу (ограничение на число конечных элементов, количество областей и т.д.). С помощью дружественного графического интерфейса пакета ANSYS осуществляется диалоговый (интерактивный) режим работы пользователя и компьютера. Данный интерфейс представляет собой

совокупность окон ввода/вывода и различных меню. Существует ещё и так называемый пакетный режим работы программы. В этом режиме все действия, начиная от построения модели до нахождения результатов решения и вывода их в текстовой или графической форме в файл, осуществляются автоматически по программе, написанной на языке APDL (ANSYS Parametric Design Language - язык параметрической разработки ANSYS). Этот режим хорош тем, что не требуется взаимодействие программы и человека. Таким образом, подготовленная задача может решаться, например, на удалённом компьютере, обладающем большой производительностью (суперкомпьютере), либо на кластере (несколько компьютеров, объединённых сетью). В любом режиме работы пакета создаваемое описание задачи записывается программой в файл базы данных задачи, который имеет расширение *.db. Результаты расчётов и промежуточные данные (матрицы системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)) записываются в файлы с другими расширениями. Это следует помнить при резервировании результатов работы. Особенно это касается нелинейных задач, которые даже при большом числе конечных элементов требуют значительного времени для расчётов.

Работа с интерфейсом пакета ANSYS несколько отличается от работы с интерфейсом большинства других приложений под MS Windows и требует минимального навыка работы с ее графическим интерфейсом (с ее системой меню, окон, полос прокрутки, команд и т.д.).

Работа в пакете ANSYS, как и в любой программе по компьютерному инжинирингу, делится на три основных этапа: препроцессирование или подготовка модели, решение задачи моделирования и постпроцессирование или анализ результатов. В этап препроцессирования входит построение геометрии модели, разбивка области моделирования выбранным типом конечных элементов, задание свойств материалов. Перед решением электротехнической задачи моделирования задаются области с токовыми нагрузками (определяется плотность тока) и граничные условия. Постпроцессирование заключается в получении результатов расчётов: линий векторного магнитного потенциала (ВМП), вектора магнитной индукции, вектора напряженности магнитного поля и т.п., причем как для скалярных значений (модулей), так и для векторов. Все эти результаты можно вывести как в графическом виде, так и в виде таблицы распределения по узлам модели. Можно вычислить интегральные параметры, например индуктивность обмотки с током, интегральную электромагнитную силу, рассчитать магнитодвижущую силу.

Решение полевых задач в данном пакете производится на основе метода конечных элементов. Двумерные задачи магнитостатики решаются относительно z-составляющей магнитного векторного потенциала. Полученная в результате преобразований по МКЭ исходных дифференциальных уравнений поля система уравнений решается итерационным методом Ньютона-Рафсона. Объёмные модели рассчитываются на основе векторного либо скалярного магнитных потенциалов (это зависит от используемого для построения разбиения типа КЭ).

1. Постановка задач расчета электромагнитного поля электротехнического устройства

Математическим описанием непрерывных в пространстве и во времени процессов распределения тепла, электромагнитного поля, полей механических деформаций в технических объектах и системах являются дифференциальные уравнения в частных производных (уравнения математической физики). Различают стационарные (не меняющиеся во времени) и нестационарные (переменные, меняющиеся во времени) процессы. Стационарные процессы описываются эллиптическими уравнениями, а нестационарные – уравнениями параболического и гиперболического типов.

Эти уравнения для электромагнитных полей относительно характеристик поля (векторов напряженности электрического и магнитного полей \vec{E} и \vec{H} ; векторов электрической и магнитной индукции \vec{D} и \vec{B} ; векторного магнитного потенциала \vec{A} , скалярного электрического потенциала φ) получают из преобразования уравнений Максвелла [1,2].

1.1. Стационарные задачи

Наиболее часто используемые эллиптические уравнения – это уравнения Лапласа и Пуассона, которыми в теории электромагнетизма описываются задачи электростатики и магнитостатики. Простейшим эллиптическим уравнением является уравнение Лапласа

$$\Delta u = 0,$$

где лапласиан (оператор Лапласа) $\Delta = \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$. Этот оператор может быть применен к скалярным и векторным функциям. В декартовой системе координат уравнение Лапласа имеет вид

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0,$$

где $\varphi(x, y, z)$ – скалярная функция.

В цилиндрической системе координат оно выглядит следующим образом:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0,$$

где $\varphi(R, \alpha, z)$ [3].

К уравнениям эллиптического типа относится уравнение Пуассона, которое для линейных изотропных ($\mu_x = \mu_y = \mu_z = \mu = \text{const}$) сред имеет вид:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_a \vec{J},$$

где \vec{A} – векторный магнитный потенциал, \vec{J} – вектор плотности тока, $\mu_a = \mu \mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость среды моделирования.

Если речь идет о нелинейных средах моделирования, т.е. $\mu \neq \text{const}$, то из уравнений Максвелла получим

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot} \bar{A} = \mu_0 \bar{J}$$

или

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \bar{A} + \text{grad} \left(\frac{1}{\mu} \right) \times \text{rot} \bar{A} = \mu_0 \bar{J}.$$

Вектор-потенциал \bar{A} есть величина векторная и в декартовой системе координат $\bar{A} = \bar{i}A_x + \bar{j}A_y + \bar{k}A_z$, вектор плотности тока $\bar{J} = \bar{i}J_x + \bar{j}J_y + \bar{k}J_z$. Тогда уравнение Пуассона разбивается на три уравнения относительно скалярных величины A_x, A_y, A_z .

Если в модели ЭУ принять, что ток, а следовательно, и векторный магнитный потенциал имеют только z-составляющую, то получим плоскопараллельную или осесимметричную задачу. Для плоскопараллельного магнитного поля в декартовой системе координат можно записать уравнение Пуассона

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) = -\mu_0 J_z.$$

Решив данное уравнение и зная распределение векторного магнитного потенциала по области моделирования, можно найти распределение составляющих вектора магнитной индукции и результирующего значения (модуля) вектора магнитной индукции по выражениям

$$B_x = \partial A_z / \partial y; B_y = -\partial A_z / \partial x; B_r = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}.$$

Для того чтобы уравнения Лапласа-Пуассона имели единственное решение, они дополняются граничными (краевыми) условиями. На замкнутой границе Γ модели ЭУ могут быть заданы следующие краевые условия [4].

1. Граничные условия первого рода (Дирихле) – на границе Γ задается значение искомой функции, т.е. $\varphi = f_1(x, y, z)$, где точки с декартовыми координатами (x, y, z) принадлежат границе Γ . Условие $\varphi = 0$ является однородным.

2. Граничные условия второго рода (Неймана). Для них задается изменение искомой функции по нормали \bar{n} к границе Γ , т.е. $d\varphi/dn = f_2(x, y, z)$, где точки с координатами (x, y, z) принадлежат границе Γ . Условие $d\varphi/dn = 0$ является однородным.

3. Граничные условия третьего рода $d\varphi/dn + f_3(\varphi) = f_4(x, y, z)$, где точки с координатами (x, y, z) принадлежат границе Γ .

На границе модели могут быть заданы смешанные краевые условия, т.е. сочетание вышеприведенных – первого, второго и третьего рода.

1.2. Основные положения метода конечных элементов для решения электромагнитных задач

В настоящее время электромагнитные задачи для электротехнических устройств со сложной геометрией как внешних, так и внутренних границ, наличием достаточного количества подобластей модели устройства с различными магнитными и проводящими свойствами решаются численными, как правило, проекционно-сеточными методами, к которым относится и метод конечных элементов как модификация проекционных методов (Ритца, Галеркина и т.д.). Суть проекционных методов состоит в попытке аппроксимировать решение дифференциального уравнения конечной линейной комбинацией базисных (пробных) функций (функций формы), т.е. в том, чтобы найти «проекцию» или приближенное решение в конечномерном пространстве для непрерывного решения в бесконечномерном функциональном пространстве. Форма базисной функции и критерий вычисления коэффициентов линейной комбинации определяют проекционный метод.

Дискретная модель непрерывной области строится следующим образом.

1. В области моделирования фиксируется конечное число точек. Эти точки называются узлами расчетной сети, которой покрывается область моделирования.

2. Значение непрерывной величины в каждой узловой точке считается переменной, которая и определяется.

3. Область моделирования непрерывной величины разбивается на конечное число подобластей, называемых элементами. Эти элементы имеют общие узлы, аппроксимируют форму области и представляют собой расчетную или триангуляционную сеть.

4. Непрерывная величина аппроксимируется на каждом элементе полиномом, который определяется с помощью узловых значений этой величины. Для каждого элемента определяется свой полином. Они подбираются таким образом, чтобы вдоль границ элемента величина была непрерывна.

Метод конечных элементов основан на аппроксимации непрерывной функции (потенциала, температуры и т.д.) дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей, которые называются конечными элементами. В качестве функции элемента чаще всего используется полином. Классификацию КЭ можно провести в соответствии с порядком этих полиномов. Рассматриваются три группы элементов: симплекс-, комплекс- и мультиплекс-элементы [5].

Классическое описание двумерного симплекс-элемента приведено в [5]. Это треугольник с прямолинейными сторонами и тремя узлами, по одному в каждой вершине. Как правило, используется последовательная нумерация узлов против часовой стрелки, начиная от некоторого i -го узла, который выбирается произвольно. Узловые значения скалярной величины Φ обозначаются через Φ_i, Φ_j и Φ_k , а координаты трех узлов - через $(X_i, Y_i), (X_j, Y_j), (X_k, Y_k)$, что позволяет определить функции формы через координаты узлов расчетной сети.

1.3. Постановка задачи расчета поля электромагнитного двигателя

Электромагнитный двигатель (ЭМД), представляющий собой электромагнит с втяжным якорем, используется в приводе микрокомпрессора. В пособии поставлены и решены следующие задачи для данного ЭУ.

1. Расчет магнитостатического плоскопараллельного поля в кусочно-однородной изотропной области ($\mu = \text{const}$).

2. Расчет магнитостатического осесимметричного поля в кусочно-однородной, линейной изотропной области ($\mu = \text{const}$).

3. Расчет магнитостатического осесимметричного поля в кусочно-однородной, нелинейной области ($\mu(H)$).

4. Расчет магнитостатического трехмерного поля в кусочно-однородной, линейной области.

2. Расчет плоскопараллельной магнитостатической задачи на примере электромагнитного двигателя

2.1. Постановка задачи

Расчет магнитостатического плоскопараллельного поля в кусочно-однородной, линейной изотропной области ($\mu = \text{const}$) на примере ЭМД или электромагнита постоянного тока с втяжным якорем. Исследуется модель в плоскости ХОУ декартовой системы координат. Геометрия двумерной модели представлена на рис. 1. Исходное дифференциальное уравнение в частных производных записывается относительно z-составляющей векторного магнитного потенциала (A_z).

Далее строится модель ЭМД (препроцессирование). Начало построения модели приведено в пункте 2.2, более подробно в пособии [6].

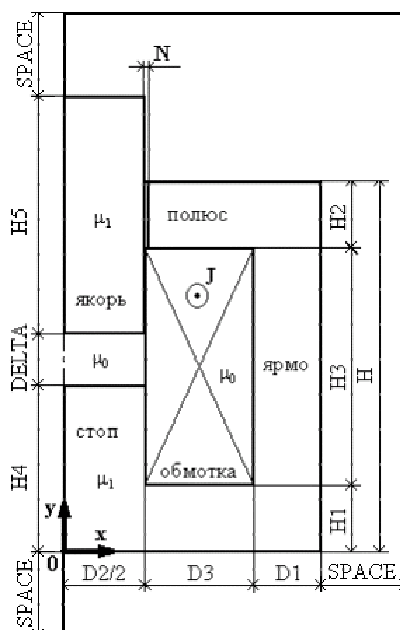


Рис. 1. Геометрия двумерной модели

2.2. Построение модели (препроцессирование, Preprocessing)

1. Определение имени (**Jobname**) и заголовка (**Title**) задачи

Выберите пункт меню:

UM>File>Change Jobname.

На экране появится окно диалога с приглашением "Enter new jobname" (введите новое имя задачи). Введите имя задачи в поле ввода, например «nasos2d». Это имя будет использоваться в качестве имени базы данных задачи, а также как имя других файлов, связанных с решаемой задачей. В процессе работы можно использовать нижеперечисленные команды для управления файлами.

По инструкции

UM>File>Resume from

Вы можете вызвать ранее созданный файл с пользовательской задачей и работать с ним далее.

По инструкции

UM>File>Save as Jobname.db

Вы можете сохранить содержимое базы данных в файл с именем <jobname>.db, где jobname – заданное Вами имя задачи.

2.3. Анализ результатов. Постпроцессирование. Построение эквипотенциальных линий магнитного поля

Эквипотенциальные линии магнитного поля для векторного магнитного потенциала можно построить по команде меню

MM>General Postproc>Plot Results>-Contour Plot- 2D Flux Lines.

На экране появится окно «**Plot 2D Flux Lines**». В этом окне диалога параметр «**Number of contour lines**» задаёт количество эквипотенциалей модели в окне графического вывода. По умолчанию этот параметр равен 27, уменьшите его, например, введя 19, для того, чтобы можно было различить каждую отдельную линию. Нажмите «ОК». В окне графического вывода будет построена картина эквипотенциальных линий магнитного поля (рис. 2).

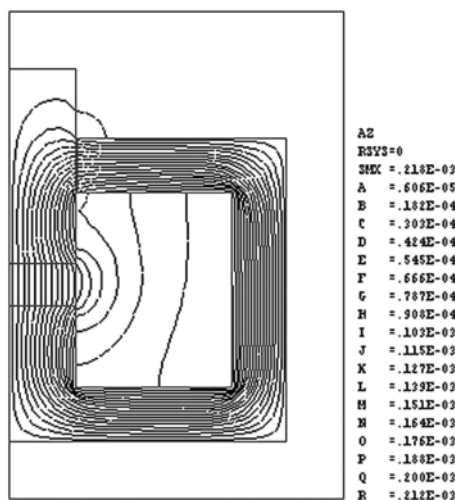


Рис. 2. Картина эквипотенциальных линий магнитного поля (ВМП)

3. Решение трехмерных задач с помощью пакета ANSYS

3.1. Стратегии решения задачи

Наилучшее приближение численного решения к параметрам реального устройства можно получить при помощи трёхмерного моделирования, в котором учитываются все три пространственные координаты. В пакете ANSYS реализованы алгоритмы для двух формулировок электромагнитных задач: векторной (Magnetic Vector Potential - MVP) и скалярной (Magnetic Scalar Potential - MSP).

Как отмечается в документации по пакету, метод магнитного векторного потенциала (метод MVP) в сравнении с методом скалярного потенциала (метод MSP) более труден в реализации модели, а также даёт меньшую точность в моделях, содержащих области с различной магнитной проницаемостью.

Метод MVP реализуется при помощи КЭ типа SOLID97, при этом области тока являются частью конечно-элементной модели, и их параметры задаются как константы (Real Constants) соответствующих КЭ. Метод MSP реализуется при помощи КЭ типа SOLID96 и SOLID98, при этом области тока не являются частью конечно-элементной модели, а задаются специальными КЭ типа SOURC36, геометрическое пространство которых может пересекаться с пространством конечно-элементной сетки модели. Для этого случая в пакете существует макрос, при помощи которого можно легко задать катушку намагничивания.

Для решения задач на основе скалярного магнитного потенциала в пакете ANSYS используются три стратегии:

- 1) Reduced Scalar Potential (RSP) Strategy – стратегия упрощённого скалярного потенциала;
- 2) Difference Scalar Potential (DSP) Strategy - стратегия разностного скалярного потенциала;
- 3) General Scalar Potential (GSP) Strategy - стратегия обобщённого скалярного потенциала.

Их различие состоит в некоторых упрощениях уравнений моделирующих поле. Стратегия решения задаётся пользователем на этапе решения. От её выбора зависит правильность результатов расчёта.

3.2. Расчёт трёхмерной магнитостатической задачи на примере ЭМД в приводе микрокомпрессора

Проводится расчет магнитостатического трехмерного поля для кусочно-однородной, линейной изотропной (абсолютная магнитная проницаемость среды $\mu = \text{const}$) среды моделирования электромагнитного двигателя микрокомпрессора. Эскиз устройства ЭМД приведен на рис. 3. Конструктивно двигатель представляет собой электромагнит с втяжным якорем. Исследуется трёхмерная модель в декартовой системе координат для скалярного магнитного потенциала (дифференциальные уравнения поля записываются относительно скалярного магнитного потенциала). Для сокращения времени расчетов и получения

приемлемых результатов при ограниченном числе конечных элементов исследуется магнитное поле четверти устройства (электромагнитного двигателя, электромагнита) вследствие его симметрии. Полученные результаты расчета для модели четверти ЭМД при соответствующих граничных условиях на плоскостях симметрии позволяют интерпретировать их как результаты расчета для полной модели устройства. Магнитное поле в других трех четвертях будет соответствовать симметричному отображению магнитного поля в области моделирования (четверти).

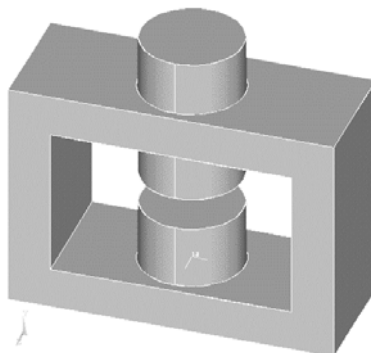


Рис. 3. Геометрия полной модели магнитопровода ЭМД (электромагнита)

На этапе постпроцессирования получают различные характеристики магнитного поля в текстовом и графическом виде. Получение распределения различных величин по узлам конечных элементов выполняется при помощи команды

MM>General Postproc>Plot Results>-Contour Plot- Nodal Solu.

Если Вас интересует, например, распределение модуля вектора магнитной индукции, то выберите раздел **Flux & gradient** и значение **BSUM**. Изображение такого распределения показано на рис. 4 (изометрическая проекция) и на рис. 5 (по сечению плоскостью YOZ).

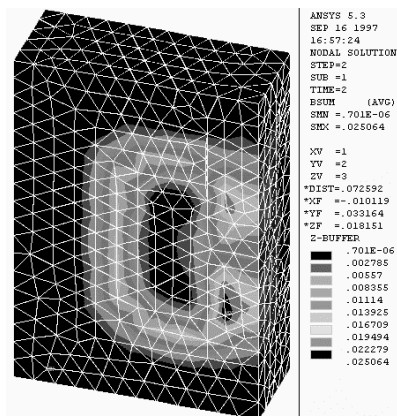


Рис. 4. Распределение модуля вектора магнитной индукции (BSUM)

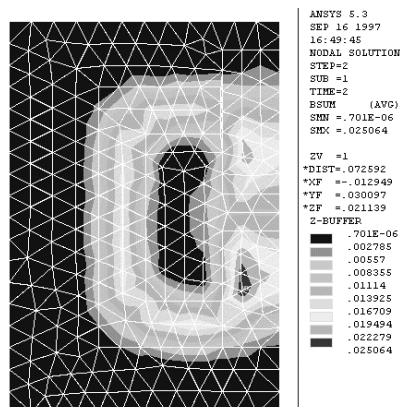


Рис. 5. Распределение модуля вектора магнитной индукции (BSUM) по сечению плоскостью YOZ

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электромагнитное поле. – М.: Высш.шк., 1978. – 231 с.
2. Андреева Е.Г., Ковалев В.З. Математическое моделирование электротехнических комплексов: Монография / Под общ. ред. Ковалева Ю.З.– Омск: Изд-во ОмГТУ, 1999. – 172 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука: Гл.ред. физ.-мат. лит., 1970. – 720 с.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука: Гл.ред. физ.-мат. лит., 1983. – 616 с.
5. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
6. Андреева Е.Г., Шамец С.П., Колмогоров Д.В. Конечно-элементный анализ стационарных магнитных полей с помощью программного пакета ANSYS: Учеб. Пособие. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2002, 92 с.