

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ В МАССИВЕ, СОДЕРЖАЩЕМ СЛОЙ С ПОНИЖЕННЫМИ ПРОЧНОСТНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Алимжанов А.М.

*Казахский национальный технический университет
имени К.И.Сатпаева, Алматы*

Разработаны методы расчета прочности и управления устойчивостью вертикальной скважины в условиях пространственной осесимметричной деформации пород пристволенной зоны в пределах слоя с пониженными физико-механическими характеристиками. В качестве условия прочности использовано условие Кулона-Мора, учитывающее необратимые объемные деформации. В задаче использованы положения теории устойчивости в механике горных пород, разработанной М.Т. Алимжановым. Определены параметры устойчивости вертикальной скважины: критический (безразмерный) радиус ЗНД, критическая плотность бурового раствора и критическое смещение контура ствола. Ил. 2, библиогр. 7 назв.

Ключевые слова: *методы расчета прочности, теория устойчивости, горные породы, устойчивость вертикальной скважины*

Введение

В настоящей работе в пространственной осесимметричной постановке исследовано НДС и устойчивость упругопластического равновесия вертикальной скважины в массиве, содержащем интервал с пониженными физико-механическими характеристиками. Впервые устойчивость вертикальной скважины в рассматриваемой пространственной постановке для структурно однородного массива исследована М.Т. Алимжановым [1] и определены параметры устойчивости вертикальной скважины. В этой же работе [1] им исследована устойчивость вертикальной скважины в постановке плоской деформации с учетом неоднородности материала в ЗНД. Все отмеченные задачи решены с помощью положений **теории устойчивости в механике горных пород**, разработанной М.Т. Алимжановым [2,3].

Осесимметричная упругопластическая задача для вертикальной скважины в массиве с ослабленным слоем

Упругий однородный массив горных пород с вертикальной скважиной рассматривается как невесомая среда с цилиндрической полостью радиуса R_0 . На глубине h массив содержит ослабленный слой - интервал с пониженными физико-механическими характеристиками (рис. 1). Рассматриваемая глубина h такова, что под действием заданных нагрузок вокруг скважины образуется зона неупругих деформаций (ЗНД). В упругой области справедливы соотношения закона Гука, а в ЗНД выполняются условия пластичности Кулона-Мора и соотношения деформационной теории пластичности.

По контуру скважины приложено гидростатическое давление находящегося в ней бурового раствора $\gamma_p h$, а на бесконечности действуют равнокомпонентные сжимающие усилия γh . Здесь γ_p - плотность бурового раствора, γ - плотность горной породы. Введем цилиндрическую систему координат (ρ, θ, z) по оси скважины радиуса R_0 (на рис. 1). Радиальная координата ρ безразмерна, т.к. отнесена к радиусу скважины ($\rho = \rho / R_0$). Следовательно радиус скважины $\rho = 1$. Тогда граничные условия запишутся в виде

$$\sigma_\rho = \gamma_p h \text{ при } \rho = 1 \text{ и } \sigma_\rho = \gamma h \text{ при } \rho \rightarrow \infty \quad (1.1)$$

До потери устойчивости массив горных пород пребывает в условиях плоской деформации. Рассмотрим осесимметричную упругопластическую задачу о напряженно-деформированном состоянии (НДС) вокруг вертикальной скважины в постановке плоской деформации. В этом случае компоненты напряжений и перемещений как в упругой области, так и в ЗНД $\tau_{\rho z} = 0$ и $u_z = 0$.

В ЗНД справедливо условие Кулона-Мора (уравнение прямолинейной огибающей кругов Мора):

$$\max \left\{ \tau_n - (\sigma_n + H) \operatorname{tg} \varphi \right\} = 0 \quad (1.2)$$

где σ_n, τ_n - соответственно нормальное и касательное напряжения; H - параметр, характеризующий положение огибающей: $H = \sigma_{сж} / \alpha_2$, где $\sigma_{сж}$ - прочность породы на одноосное сжатие, $\alpha_2 = 2 \sin \varphi / (1 - \sin \varphi)$, φ - угол внутреннего трения.

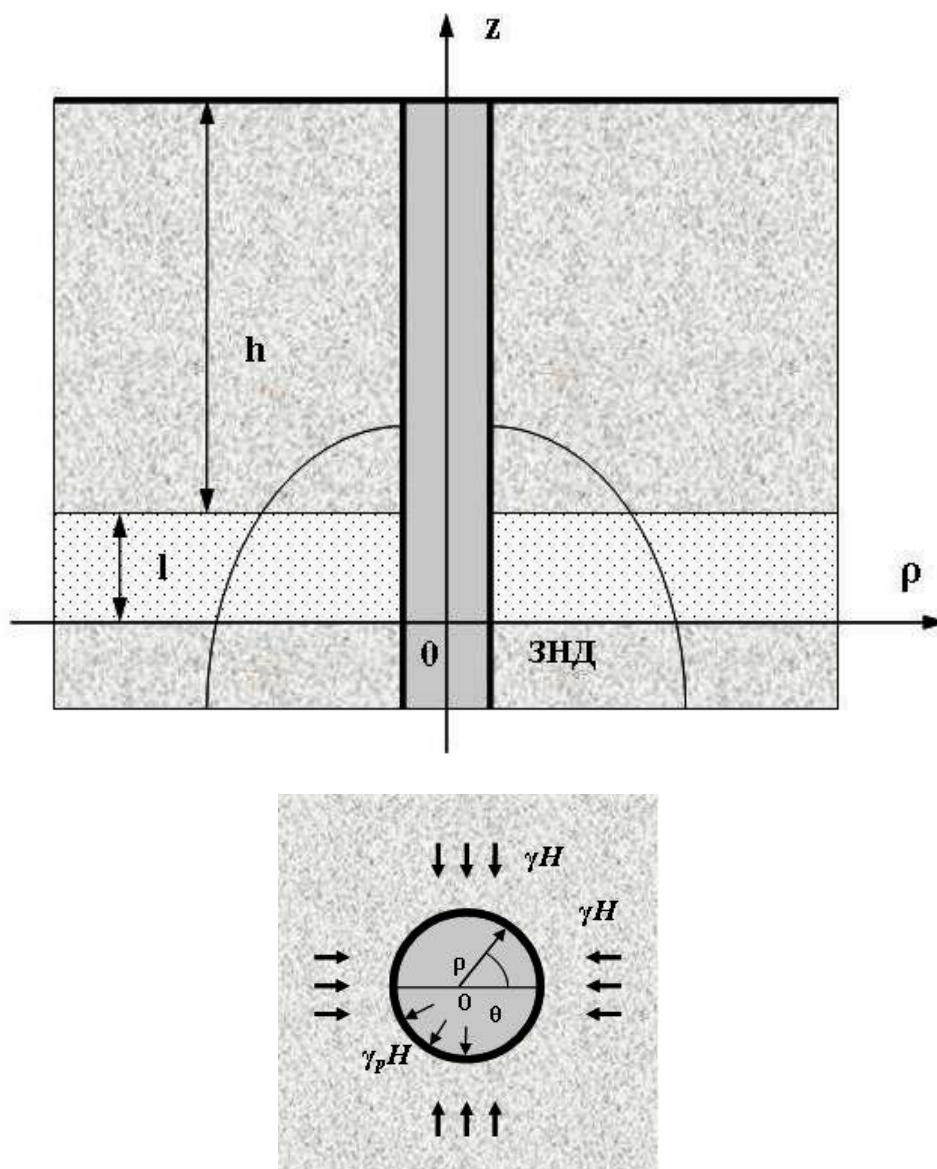


Рисунок 1. Расчетная схема к определению НДС вокруг вертикальной скважины в массиве, содержащем интервал с пониженными физико-механическими характеристиками

Путем несложных преобразований условие пластичности (1.2) приводится к трем соотношениям, выраженным через главные напряжения σ_1 , σ_2 , σ_3 , для осесимметричного случая:

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} - \sin \varphi \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} &= H \sin \varphi, \\
 \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \sin \varphi \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} &= H \sin \varphi, \\
 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} - \sin \varphi \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} &= H \sin \varphi
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

Под главными напряжениями в (1.3) для осесимметричного случая подразумеваются следующие: $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_2 = \sigma_z$, $\sigma_3 = \sigma_\rho$.

При $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ справедливым оказывается только второе из условий (1.3). Такое состояние соответствует случаю неполной пластичности [4].

При $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ либо $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ выполняются соответственно первое и второе, либо второе и третье условия. Такое состояние соответствует случаю полной пластичности [4]. Очевидно, что при деформировании пород вокруг вертикального ствола справедливым будет второе соотношение, т.к. при смещении пород к оси ствола элементы массива разгружаются от действия радиальных напряжений σ_r , поэтому мы имеем максимальные тангенциальные и вертикальные напряжения, т.е. $\sigma_\theta = \sigma_z > \sigma_r$ или $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$.

Одновременное выполнение всех трех условий (1.3) бессмысленно, т.к. оно приводит к невозможному случаю, когда $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

При плоском деформированном состоянии равны нулю компоненты напряжений и перемещений: $\tau_{\rho z} = 0$, $u_z = 0$. В этом случае вокруг ствола реализуется состояние неполной пластичности ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$). Тогда условие (1.2) в главных напряжениях $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ записывается в виде

$$\sigma_1 - \sigma_3 - \sin \varphi (\sigma_1 + \sigma_3) = 2 H \sin \varphi . \quad (1.5)$$

В цилиндрических координатах условие (1.5) примет вид

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin \varphi}{2} (\sigma_\rho + \sigma_\theta) + H \sin \varphi$$

$$\text{или } \sigma_\theta - \alpha_1 \sigma_\rho = \alpha_2 H , \quad (1.6)$$

где $\alpha_1 = \alpha_2 + 1 = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$

Компоненты напряжений как в области упругих (ненарушенный массив), так и в зоне неупругих деформаций должны удовлетворять единственному в рассматриваемом случае уравнению равновесия:

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \quad (1.7)$$

Компоненты напряжений $\sigma_{[\rho]}, \sigma_{[\theta]}$ в зоне неупругих деформаций (ЗНД) на основании (1.6) и (1.7) имеют вид (здесь и далее компоненты напряжений с

квадратными скобками у индексов относятся к ЗНД, а с круглыми скобками у индексов относятся к упругой области):

$$\begin{aligned}\sigma_{[\rho]} &= C_1 \rho^{\alpha_2} - K_p \operatorname{ctg} \varphi, \\ \sigma_{[\theta]} &= \alpha_1 \sigma_{[\rho]} + \alpha_2 H,\end{aligned}$$

где C_1 - произвольная постоянная, K_p - поправочный коэффициент сцепления, учитывающий радиальное разупрочнение пород приствольной зоны (снижение прочностных свойств) путем усреднения переменного в ЗНД коэффициента $K(\rho)$. В связи с этим на границе ЗНД выполняется условие $K_p < K$ (K - коэффициент сцепления целого (ненарушенного) массива). В ЗНД коэффициент K связан с параметром H соотношением $H = K \operatorname{ctg} \varphi$. Отметим, что на границе ЗНД компонента $\sigma_{[\theta]}$ претерпевает разрыв по абсолютной величине.

В рассматриваемой задаче среднее главное напряжение (вертикальное напряжение) $\sigma_{[z]}$ в ЗНД определяется исходя из положений модели упруго-пластического тела Христиановича-Шемякина [4]:

$$\sigma_{[z]} = \frac{\sigma_{[\rho]} + \sigma_{[\theta]}}{2} + (\sigma_{[\theta]} - \sigma_{[\rho]}) \Omega(\omega),$$

где $\Omega(\omega) = f(\varphi)$ - величина, зависящая от параметра φ .

В ЗНД справедливы соотношения деформационной теории, необходимые для определения перемещений

$$\varepsilon_{ij} = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.12)$$

где $\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ - компоненты деформаций и напряжений, $\Phi(\sigma_{ij})$ - пластический потенциал, в качестве которого принимается условие (1.6), λ - некоторый множитель.

На неизвестной границе ЗНД ρ_0 имеют место условия сопряжения компонент НДС:

$$[\sigma_\rho] = \sigma_{[\rho]} - \sigma_{(\rho)}, [\sigma_\rho] = [u_\rho] = 0 \quad \text{при } \rho = \rho_0 \quad (1.13)$$

Компоненты перемещений определяются из соотношений (1.8) и (1.12), а также из известных соотношений, связывающих деформации и перемещения [2]:

$$u_{[\rho]} = C_2 \rho^{-\alpha_1} \quad (1.14)$$

Компоненты напряжений и перемещений в области упругих деформаций, согласно соотношениям теории упругости для рассматриваемой осесимметричной задачи в постановке плоской деформации запишутся в виде [2]:

$$\sigma_{(\rho)} = \gamma h - \frac{a}{\rho^2}, \quad \sigma_{(\theta)} = \gamma h + \frac{a}{\rho^2}, \quad \sigma_{(z)} = \nu(\sigma_{(\rho)} + \sigma_{(\theta)}), \quad u_{(\rho)} = \frac{1}{2} a (G\rho)^{-1} \quad (1.15)$$

где a , C_2 - произвольные постоянные. Из выражения (1.15) следует, что перемещение точек массива вызвано лишь дополнительными напряжениями.

Для определения неизвестных a , C_2 , ρ_0 используются условия (1.13), а также следующее уравнение:

$$\sigma_{(\theta)} - \alpha_1 \sigma_{(\rho)} = \sigma_{сж}. \quad (1.16)$$

Постоянные a , C_2 , ρ_0 в (1.15) находятся с использованием условий (1.13), (1.16).

Отсюда найдем компоненты упругопластического НДС, определяющие равновесие массива вокруг вертикальной скважины в пределах рассматриваемого слоя и уравнение для определения неизвестной границы ЗНД ρ_0 . Запишем компоненты основного невозмущенного НДС массива вокруг вертикальной скважины, приписав им индекс «нулик» наверху:

$$\begin{aligned} \sigma_{[\rho]}^0 &= (\gamma_p h + K_p \operatorname{ctg} \varphi) \rho^{\alpha_2} - K_p \operatorname{ctg} \varphi, \quad \sigma_{[\theta]}^0 = \alpha_1 (\gamma_p h + K_p \operatorname{ctg} \varphi) \rho^{\alpha_2} - K_p \operatorname{ctg} \varphi, \\ \sigma_{[z]}^0 &= \frac{\sigma_{[\rho]}^0 + \sigma_{[\theta]}^0}{2} + (\sigma_{[\theta]}^0 - \sigma_{[\rho]}^0) \cdot \Omega(\omega), \quad \tau_{[\rho z]}^0 = 0, \\ u_{[\rho]}^0 &= \rho_0 \frac{\sin \varphi}{2G} (\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi) \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^2, \quad u_{[\theta]}^0 = 0, \\ \rho_0^{\alpha_2} &= \frac{(1 - \sin \varphi)(\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi)}{\gamma_p h + K_p \operatorname{ctg} \varphi} \\ \left. \begin{aligned} \sigma_{(\rho^0)} \\ \sigma_{(\theta^0)} \end{aligned} \right\} &= \gamma h \mp \sin \varphi (\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi) \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^2, \quad \sigma_{(\rho\theta)}^0 = 0, \\ \sigma_{(z^0)} &= \nu(\sigma_{(\rho^0)} + \sigma_{(\theta^0)}) = 2\nu\gamma h, \quad u_{(\rho^0)}^0 = \rho \frac{\sin \varphi}{2G} (\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi) \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^2, \quad u_{(\theta^0)}^0 = 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

Здесь G – модуль сдвига, ν - коэффициент Пуассона,

$$\begin{aligned} \Omega(\omega) &= \frac{1}{4\alpha_1} \left[\alpha_1^2 - 1 + \sqrt{\frac{1}{3}(\alpha_1^2 + 1)(3\alpha_2^2 + 10\alpha_2 + 10)} \right] \cdot \left(-2 \cos \frac{\pi + \omega}{3} \right), \\ \omega &= \operatorname{arctg} \frac{4\alpha_1 \sqrt{3(9\alpha_2^4 + 67\alpha_2^3 + 192\alpha_2^2 + 250\alpha_2 + 125)}}{9(\alpha_1^2 - 1)(\alpha_1 + 1)^2} \end{aligned}$$

Здесь вертикальное напряжение $\sigma_{[z]}$ в ЗНД определяется исходя из положений модели упругопластического тела Христиановича – Шемякина. Отметим, что в работе [5] решена упругопластическая задача о НДС вокруг вертикальной скважины в условиях плоской деформации с учетом разупрочнения породы буровым раствором.

Пространственная осесимметричная устойчивость вертикальной скважины в массиве, содержащем ослабленный слой

Исследуется устойчивость упругопластического равновесия вертикальной скважины в массиве, содержащем ослабленный слой. При этом используется аппарат **теории устойчивости в механике горных пород**, разработанный М.Т. Алимжановым [2,3]. Определяется такое значение плотности бурового раствора $\gamma_p = \gamma_p^*$ (назовем его критическим), при котором наряду с плоскодеформированной осесимметричной могут существовать и другие формы упругопластического равновесия. Здесь процесс проявления горного давления, сопровождающийся изменением размеров поперечного сечения скважины, связывается с пространственной осесимметричной формой потери устойчивости равновесия пород приствольной зоны, т.е. с появлением наряду с радиальными перемещениями вертикальных перемещений и им соответствующих компонент напряжений (на рис. 2).

При потере устойчивости порода вокруг вертикальной скважины переходит в состояние пространственного осесимметричного равновесия, значит мы имеем осесимметричную упругопластическую задачу ($\tau_{\rho z} \neq 0, u_z \neq 0$), решение которой зависит от переменных ρ, z . Такое состояние соответствует случаю полной пластичности ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$), т.е. условие прочности (1.3) в главных напряжениях примет вид

$$\sigma_1 - \sigma_3 - \sin \varphi (\sigma_1 + \sigma_3) = 2H \sin \varphi, \sigma_1 = \sigma_2 \quad (2.1)$$

Переходя к цилиндрическим координатам ρ, θ, z ($\sigma_\theta = \sigma_z > \sigma_\rho$), получим соотношения, эквивалентные условию (2.1):

$$\begin{aligned} (\sigma_z - \sigma_\rho)^2 + 4\tau_{\rho z}^2 &= \sin^2 \varphi (\sigma_\rho + \sigma_z + 2H)^2, \\ \sigma_\theta &= \frac{1 \pm \sin \varphi}{2} (\sigma_\rho + \sigma_z) \pm H \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (2.2)$$

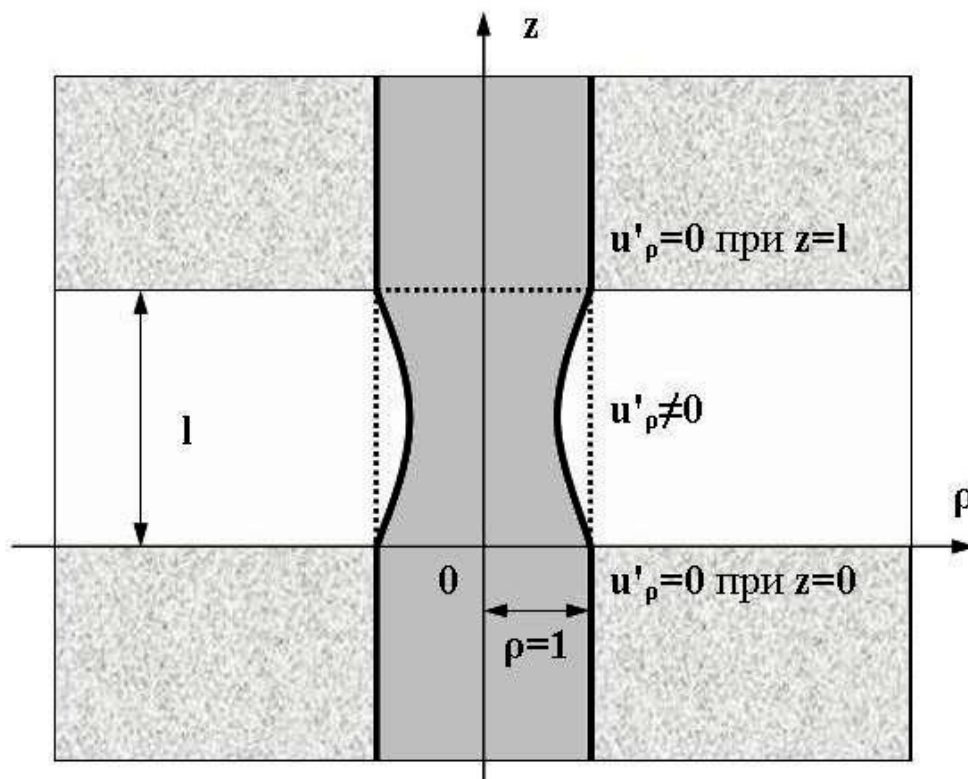


Рисунок 2. Схема к расчету устойчивости вертикальной скважины в массиве, содержащем интервал с пониженными физико-механическими характеристиками

Решение задачи ищется в виде $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma'_{ij}$, $u_i = u_i^0 + u'_i$, где σ_{ij} , u_i – компоненты возмущенного состояния (после потери устойчивости), σ_{ij}^0 , u_i^0 – компоненты основного (исходного) состояния (до потери устойчивости), σ'_{ij} , u'_i – компоненты возмущений. В цилиндрических координатах решение задачи запишется следующим образом:

$$\sigma_\rho = \sigma_\rho^0 + \sigma'_\rho, \quad \sigma_\theta = \sigma_\theta^0 + \sigma'_\theta, \quad \sigma_z = \sigma_z^0 + \sigma'_z$$

$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{\rho\theta}^0 + \tau'_{\rho\theta}, \quad u_\rho = u_\rho^0 + u'_\rho, \quad u_z = u_z^0 + u'_z.$$

Для определения компонент σ'_{ij} , u'_i проводится линеаризация всех основных соотношений. Два близких равновесных состояния (до и после потери устойчивости) отличаются на величины первого порядка малости.

Уравнения равновесия в рассматриваемом осесимметричном случае линейны относительно компонент напряжений, поэтому они сохраняют свой вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma'_\rho}{\partial \rho} + \frac{\sigma'_\rho - \sigma'_\theta}{\rho} + \frac{\partial \tau'_{\rho z}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau'_{\rho z}}{\partial \rho} + \frac{\tau'_{\rho z}}{\rho} &= 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Линеаризация условий прочности (2.2) дает

$$\sigma'_\theta = \sigma'_z, \quad \sigma'_z = \alpha_1 \sigma'_\rho \quad (2.4)$$

Линеаризация граничных условий (1.1) и условий сопряжения (1.13) сводится к перенесению их на некоторый простейший контур, например, на прямую или окружность. Если уравнение контура задано в виде $\rho = \alpha + \delta f(\xi)$ ($\rho = r/R_0, \xi = z/R_0, R_0$ - характерный размер (радиус ствола)), то линеаризованные граничные условия (1.1) при $\rho = \alpha$ будут иметь вид:

$$\sigma'_\rho + \frac{d\sigma_\rho^0}{d\rho} f(\xi) = 0, \quad \tau'_{\rho z} - \sigma_z^0 \frac{df(\xi)}{d\xi} = 0. \quad (2.5)$$

При потере устойчивости условия сопряжения напряжений и перемещений на границе ЗНД имеют вид:

$$[\sigma_\rho] = [\sigma_\theta] = [\sigma_z] = [\tau_{\rho z}] = 0, \quad [u_\rho] = [u_z] = 0. \quad (2.6)$$

Если уравнение границы ЗНД имеет вид $\rho_s = \rho_0 + \delta \rho_1$, то линеаризованные условия сопряжения напряжений и перемещений (2.6) примут вид:

$$\left[\sigma'_{ij} + \frac{d\sigma_{ij}^0}{d\rho} \rho_1 \right] = 0, \quad u'_{(\rho)} = u'_{[\rho]}, \quad u'_{(\theta)} = u'_{[\theta]} \quad (2.7)$$

Определим компоненты возмущений.

Для определения компонент напряжений возмущенного состояния в ЗНД следует ввести функцию напряжений $\Phi(\rho, \xi)$ в виде

$$\sigma'_\rho = -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad \tau'_{\rho z} = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \quad (2.8)$$

Соотношения (2.3) и (2.4) дают два уравнения относительно функции напряжений Φ :

$$\frac{\alpha_2}{\rho} \sigma'_\rho = 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} - \alpha_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} = 0 \quad (2.9)$$

Из первого уравнения следует, что искомое решение совпадает с исходным, т.е. все компоненты возмущений равны нулю. Второе уравнение может быть решено методом разделения переменных, его решение имеет вид:

$$\Phi(\rho, \xi) = [A_1 J_0(\beta\rho\sqrt{\alpha_1}) + A_2 N_0(\beta\rho\sqrt{\alpha_1})] \cos \beta\xi \quad (2.10)$$

Тогда компоненты возмущений напряжений σ'_{ij} в ЗНД принимают вид:

$$\begin{aligned} \sigma'_{[\rho]} &= [A_1 J_0(\beta\rho\sqrt{\alpha_1}) + A_2 N_0(\beta\rho\sqrt{\alpha_1})] \beta \sin \beta\xi, \\ \tau'_{[\rho z]} &= -[A_1 J_1(\beta\rho\sqrt{\alpha_1}) + A_2 N_1(\beta\rho\sqrt{\alpha_1})] \beta \sqrt{\alpha_1} \cos \beta\xi, \\ \sigma'_{[\theta]} &= \sigma'_{[z]}, \quad \sigma'_{[z]} = \alpha_1 \sigma'_{[\rho]}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $J_0(\beta\rho\sqrt{\alpha_1})$, $N_0(\beta\rho\sqrt{\alpha_1})$, $J_1(\beta\rho\sqrt{\alpha_1})$, $N_1(\beta\rho\sqrt{\alpha_1})$ – функции Бесселя и Неймана целого порядка, β – показатель выпучивания, A_1, A_2 – постоянные интегрирования.

Определим компоненты возмущений для перемещений в ЗНД $u'_{[\rho]}$ и $u'_{[z]}$. Из условия пластичности Кулона-Мора и соотношений деформационной теории с учетом того, что в ЗНД полные деформации приравниваются к пластическим, имеем систему дифференциальных уравнений относительно двух компонент перемещений u_ρ и u_z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} + \alpha_1 \frac{u_\rho}{\rho} + \alpha_1 \frac{\partial u_z}{\partial z} &= 0, \\ \left(\frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \tau_{\rho z} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\rho}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial \rho} \right) (\sigma_\rho - \sigma_z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Линеаризуя (2.12), получим соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'_\rho}{\partial \rho} + \alpha_1 \frac{u'_\rho}{\rho} + \alpha_1 \frac{\partial u'_z}{\partial z} &= 0, \\ \left(\frac{\partial u'_\rho}{\partial \rho} \right) \tau'_{\rho z} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_\rho}{\partial z} + \frac{\partial u'_z}{\partial \rho} \right) (\sigma'_\rho - \sigma'_z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Согласно первому уравнению (2.13) (уравнению неразрывности) выберем некоторую разрешающую функцию $\Psi(\rho, \xi)$ следующим образом:

$$u'_\rho = -\frac{\alpha_1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}, \quad u'_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho}. \quad (2.14)$$

Подставляя (2.14) во второе уравнение (2.13), получим неоднородное дифференциальное уравнение относительно $\Psi(\rho, \xi)$:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \rho^2} - \frac{\alpha_1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} - \alpha_1 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} = \frac{\alpha_1 \rho_0^{2\alpha_1}}{2G\rho^{\alpha_1+\alpha_2}(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} \tau'_{[\rho z]} \quad (2.15)$$

Интегрируя (2.15), получим его решение в виде:

$$\Psi(\rho, \xi) = \rho^{\alpha_0} \left\{ B_1 J_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) + B_2 N_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) - \frac{\pi \alpha_1 \rho_0^{2\alpha_1}}{4G(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} * \right. \\ \left. * [A_1 T_1(\rho) + A_2 T_2(\rho)] \right\} \cos \beta \xi \quad (2.16)$$

Тогда компоненты возмущений u'_i в ЗНД запишутся следующим образом:

$$u'_{[\rho]} = \alpha_1 \rho^{\alpha_0 - 1} \left\{ B_1 J_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) + B_2 N_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) - \frac{\pi \alpha_1 \rho_0^{2\alpha_1}}{4G(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} * \right. \\ \left. * [A_1 T_1(\rho) + A_2 T_2(\rho)] \right\} \beta \sin \beta \xi, \quad (2.17) \\ u'_{[z]} = \rho^{\alpha_0 - 1} \left\{ B_1 J_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho) + B_2 N_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho) - \frac{\pi \alpha_1 \rho_0^{2\alpha_1}}{4G(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} * \right. \\ \left. * [A_1 T_3(\rho) + A_2 T_4(\rho)] \right\} \beta_0 \sin \beta \xi,$$

где $J_{\alpha_0}(\beta_0 \rho)$, $N_{\alpha_0}(\beta_0 \rho)$, $J_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho)$, $N_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho)$ – функции Бесселя и Неймана дробного порядка,

$$\alpha_0 = \frac{1}{2}(\alpha_1 + 1), \quad \beta_0 = \beta \sqrt{\alpha_1},$$

B_1, B_2 - постоянные интегрирования,

$$T_1(\rho) = N_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} J_{\alpha_0}(\beta_0 t) J_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt - J_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} N_{\alpha_0}(\beta_0 t) J_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt \\ T_2(\rho) = N_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} J_{\alpha_0}(\beta_0 t) N_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt - J_{\alpha_0}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} N_{\alpha_0}(\beta_0 t) N_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt \\ T_3(\rho) = N_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} J_{\alpha_0}(\beta_0 t) J_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt - J_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} N_{\alpha_0}(\beta_0 t) J_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt \\ T_4(\rho) = N_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} J_{\alpha_0}(\beta_0 t) N_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt - J_{\alpha_0 - 1}(\beta_0 \rho) \int_1^{\rho} N_{\alpha_0}(\beta_0 t) N_1(\beta_0 t) t^{4-5\alpha_0} dt$$

Отметим, что если порода приствольной зоны удовлетворяет условию несжимаемости, в выражении (2.17) цилиндрические функции Бесселя и Неймана являются функциями первого порядка - $J_1(\beta \rho)$ и $N_1(\beta \rho)$.

Определим теперь компоненты возмущений для напряжений и перемещений в области упругих деформаций. Следуя работе [6], возьмем компоненты возмущений в виде:

$$\sigma'_{(\rho)} = 2G \left[(3 - 2\nu) f(\rho) - \left(\beta^2 \rho + \frac{1 - 2\nu}{\rho} \right) f(\rho) + \frac{1}{\rho} q'(\rho) - \beta^2 q(\rho) \right] \sin \beta \xi$$

$$\begin{aligned}
\tau'_{(\rho z)} &= 2G[\rho f'(\rho) - (1-2\nu)f(\rho) + q'(\rho)]\beta \cos \beta \zeta, \\
u'_{(\rho)} &= [(3-4\nu)f(\rho) - \rho f'(\rho) - q'(\rho)]\sin \beta \zeta, \\
u'_{(z)} &= [\rho f(\rho) + q(\rho)]\beta \cos \beta \zeta,
\end{aligned} \tag{2.18}$$

где

$$\begin{aligned}
f(\rho) &= C_1 J_1(\beta\rho) + C_2 K_1(\beta\rho), \\
q(\rho) &= D_1 J_0(\beta\rho) + D_2 K_0(\beta\rho).
\end{aligned}$$

Здесь $I_0(\beta\rho), I_1(\beta\rho), K_0(\beta\rho), K_1(\beta\rho)$ - функции Бесселя и Макдональда целого порядка, C_1, C_2, D_1, D_2 - постоянные интегрирования.

Поскольку компоненты возмущения $\sigma'_{(\rho)}, \tau'_{(\rho z)}, U'_{(\rho)}$ и $U'_{(z)}$ должны стремиться к нулю на бесконечности, то в соотношениях (2.18) следует положить $C_1 = D_1 = 0$.

Тогда компоненты возмущений для напряжений и перемещений σ'_{ij}, u'_i в области упругих деформаций окончательно примут вид

$$\begin{aligned}
\sigma'_{(\rho)} &= 2G \left\{ C_2 \left[-(3-2\nu)\beta K_0(\beta\rho) - \left(\frac{4(1-\nu)}{\rho} + \beta^2 \rho \right) K_1(\beta\rho) \right] + \right. \\
&\quad \left. + D_2 \left[-\beta^2 K_0(\beta\rho) - \frac{\beta}{\rho} K_1(\beta\rho) \right] \right\} \sin \beta \zeta, \\
\tau'_{(\rho z)} &= 2G \left\{ C_2 \left[-\beta\rho K_0(\beta\rho) - 2(1-\nu)K_1(\beta\rho) \right] - D_2 \left[\beta K_1(\beta\rho) \right] \right\} \beta \cos \beta \zeta \\
u'_{(\rho)} &= \left\{ C_2 \left[\beta\rho K_0(\beta\rho) + 4(1-\nu)K_1(\beta\rho) \right] + D_2 \beta K_1(\beta\rho) \right\} \sin \beta \zeta \\
u'_{(z)} &= \left\{ C_2 \rho K_1(\beta\rho) + D_2 K_0(\beta\rho) \right\} \beta \cos \beta \zeta.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Представим деформированную поверхность скважины в пределах ослабленного слоя поверхностью вращения с образующей

$$\rho = 1 + u'_{[\rho]}(1, \zeta) = 1 + a\beta \sin \beta \zeta, \quad a = \text{const}. \tag{2.20}$$

Согласно (2.20), линеаризованные граничные условия запишутся следующим образом:

$$\sigma'_{[\rho]} + \frac{d\sigma^0_{[\rho]}}{d\rho} u'_{[\rho]} = 0, \quad \tau'_{[\rho z]} - \sigma^0_{[z]} = \frac{\partial u'_{[\rho]}}{\partial \zeta} = 0 \quad \text{при } \rho = 1 \tag{2.21}$$

Условия сопряжения на границе ЗНД (2.6) при линеаризации принимают вид

$$[\sigma'_{ij} + \frac{d\sigma^0_{ij}}{d\rho} \rho_1] = 0, \quad [u'_\rho] = [u'_z] = 0 \quad \text{при } \rho = \rho_0 \tag{2.22}$$

Подставляя (2.11), (2.17), (2.19) в условия (2.21) и (2.22) на границе ЗНД $\rho_0 = \rho_*$, получим систему линейных алгебраических уравнений относительно A_1 ,

A_2, B_1, B_2, C_2, D_2 , которая при потере устойчивости равновесия пород приствольной зоны скважины имеет нетривиальное решение.

Приравняв определитель этой системы нулю, получим уравнение для определения безразмерного критического радиуса ЗНД ρ_* :

$$|a_{ij}|=0. \quad (2.23)$$

Уравнение (2.23) представляет собой определитель шестого порядка, который в случае нетривиального решения записывается в виде трансцендентного уравнения относительно радиуса ρ_* . Выпишем выражения элементов определителя:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \beta J_0(\beta_\alpha), \quad a_{12} = \beta N_0(\beta_\alpha), \\ a_{13} &= 2\alpha_1 \sin \varphi (\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi) \rho_*^{-\alpha_2} J_{\alpha_0}(\beta_\alpha), \\ a_{14} &= 2\alpha_1 \sin \varphi (\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi) \rho_*^{-\alpha_2} N_{\alpha_0}(\beta_\alpha), \\ a_{15} &= a_{16} = 0, \\ a_{21} &= -\beta_\alpha J_1(\beta_\alpha), \quad a_{22} = -\beta_1 N_\alpha(\beta_\alpha), \\ a_{23} &= [(\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi) \rho_*^{-\alpha_2} - K_p \operatorname{ctg} \varphi] \sqrt{\alpha_1} \beta J_{\alpha_0}(\beta_\alpha), \\ a_{24} &= [(\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi) \rho_*^{-\alpha_2} - K_p \operatorname{ctg} \varphi] \sqrt{\alpha_1} \beta N_{\alpha_0}(\beta_\alpha), \\ a_{25} &= a_{26} = 0, \\ a_{31} &= \beta J_0(\beta_\alpha \rho_*), \quad a_{32} = \beta N_0(\beta_\alpha \rho_*), \\ a_{33} &= a_{34} = 0, \\ a_{35} &= -2G[(3-2\nu)\beta K_0(\beta \rho_*) + (4(1-\nu)\rho_*^{-1} + \beta^2 \rho_*) K_1(\beta \rho_*)], \\ a_{36} &= -2G[\beta \rho_*^{-1} K_1(\beta \rho_*) + \beta^2 K_0(\beta \rho)], \\ a_{41} &= -\beta_\alpha J_1(\beta_\alpha \rho_*), \quad a_{42} = -\beta_\alpha N_1(\beta_\alpha \rho_*), \\ a_{43} &= a_{44} = 0, \\ a_{45} &= -2G \sqrt{\alpha_1} [2(1-\nu) K_1(\beta \rho_*) + \beta \rho_* K_0(\beta \rho)], \\ a_{46} &= -2G \sqrt{\alpha_1} \beta K_1(\beta \rho_*), \\ a_{51} &= \frac{\pi \alpha_1^2 \beta \rho_*^{5\alpha_0-3}}{4G(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} T_1(\rho_*), \quad a_{52} = \frac{-\pi \alpha_1^2 \beta \rho_*^{5\alpha_0-3}}{4G(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} T_2(\rho_*), \\ a_{53} &= \alpha_1 \beta \rho_*^{\alpha_0-1} J_{\alpha_0}(\beta_\alpha \rho_*), \quad a_{54} = \alpha_1 \beta \rho_*^{\alpha_0-1} N_{\alpha_0}(\beta_\alpha \rho_*), \\ a_{55} &= \beta \rho_* K_0(\beta \rho_*) + 4(1-\nu) K_1(\beta \rho_*), \\ a_{56} &= \beta K_1(\beta \rho_*), \\ a_{61} &= \frac{-\pi \alpha_1 \beta_\alpha \rho_*^{5\alpha_0-3}}{4G(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} T_3(\rho_*), \quad a_{62} = \frac{-\pi \alpha_1 \beta_\alpha \rho_*^{5\alpha_0-3}}{4G(\Omega(\omega) + \frac{1}{2})} T_4(\rho_*), \\ a_{63} &= \beta_\alpha \rho_*^{\alpha_0-1} J_{\alpha_0-1}(\beta_\alpha \rho_*), \quad a_{64} = \beta_\alpha \rho_*^{\alpha_0-1} N_{\alpha_0-1}(\beta_\alpha \rho_*), \\ a_{65} &= -\rho_* K_1(\beta \rho_*), \quad a_{66} = -K_0(\beta \rho_*). \end{aligned}$$

Величина ρ_* представляет собой наибольший радиус ЗНД, при котором скважина сохраняет устойчивость осесимметричного упругопластического равновесия.

Согласно (2.23) ρ_* есть функция показателя выпучивания β : $\rho_* = \rho_*(\beta)$. Отметим, что ранее при исследовании устойчивости вертикального ствола показатель β определялся исходя из минимума функции ρ_* (наименьшего корня, большего единицы) [1,2,7]. В данном случае показатель находится из дополнительных граничных условий для ослабленного слоя (рис. 2):

$$\begin{cases} u'_{[\rho]} = 0 \text{ при } z = 0 \\ u'_{[\rho]} = 0 \text{ при } z = l \end{cases} \quad (2.24)$$

Первое из условий (2.24) обращает выражение

$$u'_{[\rho]} = a\beta \sin \beta \xi = a\beta \sin \frac{\beta z}{R_0} = a\beta \sin 0 = 0$$

в тождество. Второе условие (2.24) приводит к рассмотрению двух случаев:

$$1) \beta = 0, \sin \beta \frac{z}{R_0} \neq 0, \quad 2) \beta \neq 0, \sin \beta \frac{z}{R_0} = 0.$$

В первом случае $\beta = 0$ и не происходит потери устойчивости равновесия вертикальной скважины, т.е. скважина пребывает в основном (невозмущенном) состоянии. Во втором случае показатель выпучивания определяется по формуле:

$$\beta = \frac{n\pi R_0}{l}, \quad n \in Z \quad (2.25)$$

Показатель выпучивания β в (2.25) зависит от двух параметров – толщины ослабленного слоя l и параметра волнообразования n , т.е. $\beta = \beta(l, n)$.

При $n = 0$ скважина остается в основном (невозмущенном) состоянии: $\beta_0 = 0$.

При $n = 1$ получаем наименьшее значение показателя β_1 :

$$\beta_1 = \pi \frac{R_0}{l} \quad (2.26)$$

Значение β_1 соответствует форме выпучивания скважины в виде синусоиды с одной полуволной:

$$u'_{[\rho]} = a\beta_1 \sin \pi \frac{z}{l}.$$

Следующим (большим) значениям показателя выпучивания $\beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_n$ соответствуют формы выпучивания скважины с двумя, тремя, четырьмя или несколькими полуволнами синусоиды, которые получаются в том случае, когда пер-

вая форма выпучивания почему-либо невозможна, например, из-за наличия в ослабленном слое промежуточных связей. Практический интерес представляет первая форма выпучивания с наименьшим показателем β_l . В дальнейшем рассматривается этот случай.

Параметр l также влияет на форму выпучивания скважины. Согласно (2.26) большему параметру l соответствует меньший показатель выпучивания β_l .

Анализ влияния различных геомеханических факторов на оптимальные параметры устойчивости вертикальной скважины

Критический (безразмерный) радиус ЗНД ρ_* находится из трансцендентного уравнения, получаемого из определителя шестого порядка

$$|a_{ij}| = 0. \quad (3.1)$$

Величина ρ_* представляет собой наибольший радиус ЗНД, при котором скважина сохраняет устойчивость осесимметричного равновесия.

Соответствующая радиусу ρ_* критическая (оптимальная) плотность бурового раствора γ_p^* определяется по формуле

$$\gamma_p^* h = \frac{2(\gamma h + K \operatorname{ctg} \varphi)}{(1 + \alpha_1) \rho_*^{\alpha_1}} - K_p \operatorname{ctg} \varphi. \quad (3.2)$$

Величина γ_p^* представляет собой минимально допустимую плотность бурового раствора в вертикальной скважине, при которой стенки скважины сохраняют устойчивость осесимметричного упругопластического равновесия.

Соответствующее радиусу ρ_* критическое (безразмерное) радиальное смещение контура скважины u_* по формуле

$$u_* = \frac{\sin \varphi}{2G} \left(\gamma h + \frac{\sigma_{сж}}{\alpha_2} \right) \rho_*^{\alpha_1 + 1} \quad (3.3)$$

Величина u_* представляет собой наибольшее смещение контура вертикальной скважины, при которой стенки скважины сохраняют устойчивость осесимметричного упругопластического равновесия.

Все три величины - ρ_* , γ_p^* , u_* являются оптимальными параметрами пространственной осесимметричной устойчивости вертикальной скважины, проведенной в массиве через ослабленный слой.

Значения параметров устойчивости вертикальной скважины в зависимости от глубины залегания ослабленного слоя h и физико-механических характеристик породы рассматриваемого слоя - модуля упругости E и предела прочности на сжатие $\sigma_{сж}$ приведены в таблицах 1 и 2. Результаты получены по формулам (3.1) - (3.3).

При этом использованы следующие данные: радиус скважины $R_0 = 0,5$ м; $l = 2R_0$, коэффициент Пуассона породы $\nu = 0,3$; угол внутреннего трения породы $\varphi = 30^\circ$; коэффициент сцепления $K = 20$ т/м²; плотность горной породы $\gamma = 2,5$ т/м³.

Согласно данным таблиц 1 и 2, механические характеристики пород ослабленного слоя существенно влияют на параметры устойчивости скважины. Слою с меньшими показателями модуля упругости E соответствуют меньшие значения критического радиуса ρ^* и большие значения параметров устойчивости γ_p^* и u^* . Слою с меньшим пределом прочности породы на сжатие $\sigma_{сж}$ соответствуют бо́льшие значения параметров устойчивости ρ^* , γ_p^* и меньшие значения критического радиального смещения контура скважины u^* . С ростом глубины залегания ослабленного слоя h параметр ρ^* уменьшается, а параметры γ_p^* и u^* возрастают. При этом установленный для данного случая рост параметра u^* не является, вообще говоря, очевидным. Поведение параметра u^* формирует ряд факторов – кроме глубины h , на него влияют механические характеристики пород, а также особенности выбранной модели упругопластического тела.

В таблице 3 представлена зависимость трех критических величин ρ^* , γ_p^* , и u_{*np}^* от толщины l_{np} рассматриваемого слоя (безразмерная величина l_{np} приведена к радиусу скважины: $l_{np} = l/R_0$). Эти величины просчитаны по формулам (3.1)-(3.3), полученным с помощью аппарата устойчивости в механике горных пород (ТУМГП). Безразмерное критическое смещение контура скважины u_{*np}^* также приведено к радиусу скважины: $u_{*np}^* = u^*/R_0$.

При этом использованы следующие данные: глубина залегания ослабленного слоя $h = 1000$ м, предел прочности на сжатие в рассматриваемом слое $\sigma_{сж} = 3000$ т/м²; модуль упругости породы слоя $E = 0,5 \cdot 10^6$ т/м²; коэффициент Пуассона породы $\nu = 0,3$; угол внутреннего трения породы $\varphi = 30^\circ$; приведенный коэффициент сцепления $K = 20$ т/м²; плотность горной породы $\gamma = 2,5$ т/м³.

Таблица 1

Зависимость параметров ρ_* , γ_p^* , u_* от h и модуля упругости E

Глубина h , м		1000			1200			1500		
Расчетные параметры		ρ_*	γ_p^* , г/см ³	u_* , см	ρ_*	γ_p^* , г/см ³	u_* , см	ρ_*	γ_p^* , г/см ³	u_* , см
E , т/м ²	$0,5 \cdot 10^6$	2,05	1,976	5,20	2,00	2,083	5,63	1,93	2,605	6,08
	$0,6 \cdot 10^6$	2,15	1,805	5,19	2,09	1,902	5,61	2,02	2,378	6,06
	$0,7 \cdot 10^6$	2,23	1,674	5,17	2,17	1,762	5,58	2,10	2,203	6,03
	$0,8 \cdot 10^6$	2,30	1,569	5,15	2,24	1,651	5,54	2,17	2,062	6,00
	$0,9 \cdot 10^6$	2,37	1,483	5,13	2,31	1,560	5,50	2,23	1,947	5,96
	$1,0 \cdot 10^6$	2,43	1,410	5,11	2,37	1,483	5,46	2,29	1,850	5,92
	$1,1 \cdot 10^6$	2,48	1,335	5,09	2,42	1,417	5,42	2,34	1,767	5,87
	$1,2 \cdot 10^6$	2,53	1,293	5,07	2,47	1,360	5,37	2,39	1,695	5,81
	$1,3 \cdot 10^6$	2,58	1,245	5,05	2,52	1,309	5,33	2,44	1,633	5,74
	$1,4 \cdot 10^6$	2,63	1,202	5,03	2,56	1,264	5,29	2,48	1,578	5,66
$1,5 \cdot 10^6$	2,67	1,163	5,00	2,61	1,230	5,25	2,52	1,522	5,57	

Таблица 2

Зависимость параметров ρ_* , γ_p^* , u_* от h и u предела прочности $\sigma_{сж}$

Глубина h , м		1000			1200			1500		
Расчетные параметры		ρ_*	γ_p^* , г/см ³	u_* , см	ρ_*	γ_p^* , г/см ³	u_* , см	ρ_*	γ_p^* , г/см ³	u_* , см
$\sigma_{сж}$, т/м ²	3500	2,46	1,569	4,93	2,39	1,805	4,98	2,31	2,153	5,04
	3600	2,45	1,483	4,97	2,39	1,674	5,02	2,31	1,987	5,07
	3700	2,45	1,410	5,00	2,38	1,569	5,05	2,30	1,822	5,10
	3800	2,44	1,335	5,03	2,38	1,483	5,08	2,30	1,705	5,12
	3900	2,43	1,293	5,05	2,37	1,410	5,10	2,29	1,621	5,14
	4000	2,43	1,245	5,07	2,37	1,335	5,11	2,29	1,542	5,15
	4100	2,42	1,205	5,09	2,36	1,293	5,13	2,28	1,465	5,16
	4200	2,41	1,153	5,10	2,35	1,245	5,14	2,28	1,412	5,17
	4300	2,41	1,105	5,11	2,35	1,202	5,15	2,27	1,359	5,18
	4400	2,40	1,083	5,12	2,34	1,163	5,15	2,27	1,294	5,18
	4500	2,39	1,041	5,13	2,33	1,125	5,16	2,26	1,230	5,19

Таблица 3

Зависимость параметров устойчивости вертикальной скважины ρ_* , γ_p^* и u_{*np} от толщины рассматриваемого слоя l_{np}

Толщина ослабленного слоя l_{np}	ρ_*	$u_{*np} \cdot 10^{-2}$	γ_p^* , г/см ³
0	--	--	--
1	2,486	1,96	1,913
2	2,499	2,08	1,873
3	2,508	2,14	1,847
4	2,513	2,17	1,829
5	2,516	2,18	1,818
6	2,518	2,19	1,812
7	2,519	2,19	1,811
8	2,519	2,19	1,810
9	2,519	2,19	1,810
10	2,519	2,19	1,810
11	2,519	2,19	1,810
12	2,519	2,19	1,810
13	2,519	2,19	1,810
14	2,519	2,19	1,810
15	2,519	2,19	1,810

Как видно из таблицы 3, зависимость параметров устойчивости скважины ρ_* , γ_p^* и u_{*np} от толщины ослабленного слоя l_{np} является нелинейной, если величина l_{np} лежит в пределах $0 < l_{np} < 5$ (т.е. $0 < l < 5R_0$). Большшему значению толщины рассматриваемого слоя l_{np} соответствуют последовательно большее значение критического радиуса ЗНД ρ_* , большее значение критического смещения контура скважины u_{*np} и меньшее значение критической плотности бурового раствора γ_p^* .

Расчеты показывают, что при значении $l > 5R_0$ ($l_{np} > 5$) параметры пространственной осесимметричной устойчивости вертикальной скважины практически не изменяются, приближаясь своими значениями к параметрам плоскодеформированной устойчивости скважины. Значит при $l > 5R_0$ целесообразно исследование именно плоскодеформированной формы потери устойчивости вертикальной скважины.

Таким образом, рассматриваемая постановка задачи устойчивости вертикальной скважины целесообразна, если значение l лежит в пределах $0 < \lambda \leq 5R_0$ или $\beta_l > 0,2\pi$. Если $l > 5R_0$ или $\beta_l < 0,2\pi$ то следует рассматривать задачу устойчивости вертикальной скважины в условиях плоской деформации. В таблице 3 область целесообразности использования рассматриваемой постановки задачи устойчивости вертикальной скважины выделена серым цветом.

Заключение

В результате проведенных исследований созданы методы расчета НДС и устойчивости вертикальной скважины в массиве, содержащем ослабленный слой.

1) Решена осесимметричная упругопластическая задача о НДС вокруг вертикальной скважины в условиях плоского деформированного состояния. Решение этой задачи соответствует основному состоянию вертикальной скважины (до потери устойчивости равновесия ствола). В этом случае в ЗНД реализуется состояние неполной пластичности ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$). В качестве условия прочности использовано условие Кулона-Мора, учитывающее необратимые объемные деформации.

2) Решена пространственная осесимметричная упругопластическая задача об устойчивости вертикальной скважины в интервале с пониженными физико-механическими характеристиками пород пристволевой зоны. В задаче использованы положения теории устойчивости в механике горных пород, разработанной М.Т. Алимжановым [1]. Решение задачи соответствует возмущенному состоянию вертикальной скважины (при потере устойчивости равновесия скважины). В этом случае в ЗНД вокруг ствола реализуется состояние полной пластичности ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$). В качестве условия прочности использовано условие Кулона-Мора. Определены параметры устойчивости вертикальной скважины: критический (безразмерный) радиус ЗНД ρ_* , критическая плотность бурового раствора γ_p^* и критическое смещение контура ствола u_* . Дана оценка влияния различных геомеханических факторов на оптимальные параметры устойчивости вертикальной скважины.

3) Показатель выпучивания β_n , отвечающий за форму потери устойчивости вертикальной скважины в рассматриваемом слое, зависит от двух параметров – параметра волнообразования n и толщины ослабленного слоя l : $\beta_n = \beta_n(l, n)$. Значение β_l соответствует наиболее вероятной форме выпучивания скважины в виде синусоиды с одной полуволной. Параметр l также влияет на форму выпучивания скважины: большему параметру l соответствует меньший показатель выпучивания β_l . Установлено, что рассматриваемая пространственная осесимметричная постановка задачи устойчивости вертикальной скважины целесообразна, если значение l лежит в пределах $0 < l \leq 5R_0$ (R_0 – радиус скважины) или $\beta_l > 0,2\pi$. Если $l > 5R_0$ или $\beta_l < 0,2\pi$, то следует рассматривать задачу устойчивости вертикальной скважины в условиях плоской деформации.

Разработанные методы расчета НДС и устойчивости вертикальных скважин найдут применение на конкретных нефтегазовых месторождениях Западного Казахстана, разрабатываемых в сложных горно-геологическим условиях (в массивах горных пород, содержащих ослабленные слои). Именно в пределах ослабленного слоя возможны различные осложнения при возведении скважины – затяжки, прихваты бурового оборудования, смятие обсадных колонн, проработки. Все эти осложнения являются следствием осесимметричной потери устойчивости стенок вертикальной скважины. Знание оптимальных параметров осесимметричной устойчивости вертикальной скважины – ρ_* , γ_p^* , u_* , позволяет избежать подобных осложнений. Ранее подобные параметры определялись исходя из расчета осесимметричной устойчивости всего ствола вертикальной скважины. Расчет параметров устойчивости скважины в пределах ослабленного слоя, залегающего на определенной глубине h , дает более точные результаты. Кроме того, в задаче определения пространственной осесимметричной устойчивости вертикальной скважины использовано условие прочности Кулона-Мора, учитывающее необратимые деформации объема и сдвига породы. До настоящего времени при исследовании пространственной осесимметричной устойчивости скважин использовались традиционные условия прочности Мизеса и Треска-Сен-Венана, учитывающие только необратимые деформации сдвига.

Литература

1. Alimzhanov M.T. Methods of continuum nonlinear mechanics in problems of rock pressure control at drilling deep Holes // *Advances in Mechanics, Int.Jour.*, Warsaw, 1992, vol.15., №3-4. P.41-69.
2. Алимжанов М.Т. Устойчивость равновесия тел и задачи механики горных пород // *Алма-Ата: Наука*, 1982. –272 с.
3. Алимжанов М.Т. Проблема устойчивости равновесия в задачах геомеханики // *Успехи механики, международный журнал*, Варшава, 1990, Т.13, №3/4. С.21-57.
4. Христианович С. А., Шемякин Е.И. К теории идеальной пластичности. // *Известия РАН. Механика твердого тела (МТТ)*. №4, 1967. С.86-97.
5. Алимжанов А.М. Неосесимметричное упругопластическое состояние вокруг скважины при разупрочняющем действии бурового раствора // *Материалы межд. конф. «Геодинамика и напряженное состояние земных недр»*. Новосибирск – Академгородок, 4-7 октября 1999. С.184-189.
6. Булычев С. Механика подземных сооружений. М.: Недра, 1982, 270с.
7. Алимжанов А.М., Наменгенова Ж.М., Халмуратов Б.О., Шебли А. Расчет параметров штанговой крепи для вертикальных стволов шахт // *Материалы межд. конф. «Геодинамика и напряженное состояние земных недр»*. Новосибирск – Академгородок, 4-7 октября 1999. с.32-40.